

Cuadernillo de Campo

Este cuadernillo pertenece a _____

de la Institución Educativa _____

del municipio de Copacabana, y servirá para disfrutar del tiempo en el Aula Taller de Matemáticas, para aprender haciendo y divertirse aprendiendo.

Matemáticas

CUADERNILLO DE CAMPO MATEMÁTICAS
Aula Taller de Matemáticas

Un proyecto de
Área Metropolitana del Valle de Aburrá
Ricardo Smith Quintero
Director

Jorge Alberto Pérez Jaramillo
Subdirección de Planeación

Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia - CTA
Santiago Echavarría Escobar
Director

Francisco Maya Lopera
Línea de Educación

Ejecuta
Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia - CTA

Autores
Carlos Julio Echavarría Hincapié
Lina María Jaramillo Vélez
Coordinadores Aula Taller de Matemáticas Copacabana
Grupo Ábaco Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín

Colaboradores
Clara E. Mejía, Alberto Jaramillo, Doralba Valencia,
Inés María Floréz, Miguel Monsalve, Johanna P. Yanet,
Carmen E. Patiño, Blanca Adriana Botero, Eddy Bustamante,
Sara María Velásquez, Nelson Ospina, Ana Beatriz Acevedo,
Grupo explora, Equipo de Monitores Aula Taller de Matemáticas Copacabana.

Interventoría
Nancy del Carmen Zea Vélez
Profesional Universitario
Área Metropolitana del Valle de Aburrá

Coordinación de publicación
Oficina asesora de Comunicaciones
Área Metropolitana del Valle de Aburrá

Área de Comunicaciones
Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia - CTA

Impresión
Impresos Begón Ltda.
ISBN 978-958-98140-1-7
Primera edición
Medellín, Junio de 2007
Impreso en Colombia

Está prohibida la reproducción parcial o total de esta publicación y mucho menos para fines comerciales. Para utilizar la información contenida en ella, se deberá citar la fuente.

Esta publicación es utilizada para fines educativos y su distribución es gratuita. Ley 23 de 1982, artículo 132.

Contenido

	Pág.
PRESENTACIÓN	5
INTRODUCCIÓN	7
PRIMERA SESIÓN	9
SEGUNDA SESIÓN	27
TERCERA SESIÓN	48
Tips para estudiar matemáticas	67
Para los profes	70

Metrópolis Educadora: El reto para el Valle de Aburrá

El *Fortalecimiento de la Gestión Escolar en las Instituciones Educativas del Valle del Aburrá*, es un proyecto que se desarrolla a través del Convenio 643 de 2005 en asocio con el Área Metropolitana del Valle de Aburrá y la Corporación Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia – CTA, el cual hace parte del programa *Metrópolis Educadora*, que busca el fortalecimiento de la educación con visión metropolitana, como instrumento de generación de valores éticos y de transformación de la sociedad hacia estados de mayor solidaridad, equidad e integración.

El Plan Integral de Desarrollo Metropolitano 2002 – 2020 del Área Metropolitana del Valle de Aburrá ha jerarquizado, entre otros, los proyectos que tienen que ver con el fortalecimiento de la educación, como aporte para la consecución del objetivo de recuperar y potenciar el talento humano, elevar los indicadores de calidad de vida y el bienestar de los y las ciudadanas.

Por lo tanto, con este proyecto buscamos que a través de los planes de mejoramiento, enseñanza de las Matemáticas y actividades en el Aula Taller, se mejore la calidad, la eficiencia, la equidad, la cobertura y la pertinencia del sistema educativo. Queremos entregarle a los estudiantes, un motivo para la escolaridad, ir más allá de la escuela, formar al ciudadano en armonía con la sociedad, y fortalecer la interrelación hombre – sociedad – ciudad, factores que al final son los que educan.

A través del Fortalecimiento Institucional estamos brindando condiciones favorables para que la educación que reciben los niños, niñas y jóvenes en el Valle de Aburrá, cumpla con los requisitos de calidad, que les permitan a futuro desempeñarse como ciudadanos activos y productivos en un mundo globalizado.

Para el Área Metropolitana del Valle de Aburrá, es muy satisfactorio saber que se ha beneficiado la población escolar con la formación de monitores para el desarrollo y dirección de sus compañeros, en las actividades de comprensión de las matemáticas; y docentes capacitados en matemáticas, quienes despiertan el interés en sus estudiantes.

Los estudiantes de básica primaria ahora cuentan con estrategias para el aprendizaje creativo y participativo de las matemáticas, beneficio que se obtuvo a través de este proyecto que va más allá del conocimiento y se convierte en una herramienta básica para la comunicación del futuro y la realización de los sueños de niños, niñas, jóvenes y docentes del Valle de Aburrá.

RICARDO SMITH QUINTERO
Director
Área Metropolitana del Valle de Aburrá

Introducción

Las Aulas Taller que dan origen a este Cuadernillo de campo, son concebidas como un elemento dinámico de acercamiento entre los niños, niñas y jóvenes y la ciencia, mediante la búsqueda y el fomento de un ambiente de continua creación y aprendizaje, involucrando todos los sentidos, el uso de la razón y la experiencia. Un espacio certero para aprender haciendo y divertirse aprendiendo.

Las Aulas Taller de Matemáticas y Lenguaje con las que cuentan los niños, niñas, jóvenes, docentes y en general, la comunidad educativa del municipio de Copacabana, son el resultado de la unión entre el Área Metropolitana del Valle de Aburrá y el Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia - CTA, instituciones que con la orientación académica del Grupo Ábaco de la Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín para el Aula de Matemáticas y de la Fundación Taller de Letras Jordi Sierra i Fabra para la de Lenguaje, han puesto y mantenido en funcionamiento estos espacios innovadores de educación.

Las Aulas fueron dotadas y están en operación en la Institución educativa José Miguel de Restrepo y Puerta desde el mes de marzo de 2006, y hasta ahora, por lo menos los estudiantes de la todas las Instituciones educativas oficiales de Copacabana se han beneficiado de ellas, como parte del proyecto *Fortalecimiento de la Gestión Escolar en las Instituciones Educativas del Valle de Aburrá*.

La metodología central utilizada en las Aulas, es la realización de actividades en ambiente de taller, donde el conocimiento se adquiere por descubrimiento y asimilación propios y no por imposición, despertando curiosidad en torno al tema o problema planteado. Por esto, este Cuadernillo de campo se convierte en una herramienta clave para el mejoramiento del proceso de enseñanza – aprendizaje a partir del mejoramiento del trabajo del docente hacia sus alumnos en el aula de clase. Su contenido está elaborado y redactado especialmente para que la metodología de taller sea transferida y utilizada por los docentes con el fin de facilitar su labor diaria frente a sus estudiantes, los que aprendiendo mejor, seguramente aumentarán sus competencias y resultados en las diferentes pruebas de Estado.

Así, las actividades en ambiente de taller que este Cuadernillo propone y que en las Aulas Taller se desarrollan, representan una forma diferente de aproximarse al conocimiento: aprender haciendo en interacciones significativas con jóvenes universitarios, recorriendo con la imaginación diferentes culturas y tiempos históricos, trabajando en equipo, manipulando materiales y construyendo objetos cargados de sentido; todo ello en un ambiente de trabajo colaborativo como el que se vive en el Aula Taller, guiado por los capítulos, creados para que usted lector, docente, padre de familia o adulto relacionado con la enseñanza a niños y niñas, pueda acercarse, enseñarles y a la vez, aprender más de sus estudiantes, hijos o escuchas.

El Área Metropolitana del Valle de Aburrá, el Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia – CTA y el Grupo Ábaco de la Universidad Nacional de Colombia esperan que este Cuadernillo en sus manos, sea una fuente de ideas, motivación y retos para que nuestra educación siga mejorando.

PRIMERA SESIÓN

Los juegos matemáticos

Uno de los objetivos fundamentales en la enseñanza básica de las matemáticas y las ciencias consiste en desarrollar estrategias de pensamiento en nuestros niños y niñas jóvenes, además de lograr en ellos un desarrollo intelectual integral y armonioso.

Una manera de ir logrando este propósito es diseñando actividades que estimulen su independencia intelectual, con ejercicios que los lleven a buscar soluciones diferentes, interactuando con material tangible y atractivo, acercándose a las ideas básicas de las matemáticas y las ciencias, y utilizando juegos adecuados que les permitan aprender de manera más natural, sin generarles bloqueos mentales, de manera sencilla y agradable.

Los objetivos de esta sesión son:

- Desarrollar el pensamiento lógico, geométrico y espacial con el hallazgo de estrategias adecuadas que conduzcan a dar solución a las diferentes situaciones que se presentan en cada una de las actividades propuestas.
- Establecer y/o aclarar conceptos básicos de geometría.
- Construir las fichas del pentominó siguiendo las indicaciones de la guía, utilizando papel cuadriculado o cartulina, entre otros materiales.

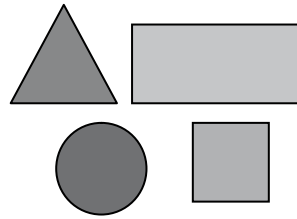
Los temas y conceptos que se desarrollarán son:

- Clasificación de polígonos y figuras planas.
- Conectores lógicos.
- Semejanzas y congruencias.
- Simetrías.
- Área y perímetro.

Y las guías contenidas en este primer capítulo son, en su orden:

- Bloques lógicos.
- Palillos.
- Pentominós.
- Carrusel matemático.

Bloques lógicos



Proyecto	Fortalecimiento de la Gestión Escolar en las I.E. del Valle de Aburrá
Materiales	Bloques lógicos

1. ACTIVIDAD DE RECONOCIMIENTO

Observando las fichas:

- Describe las principales características que hay entre las diferentes fichas. ¿Son todas diferentes? ¿Cuántas características diferentes encontraste en ellas? _____

- De acuerdo con las características descritas, clasifica las fichas. ¿Cuántas clasificaciones diferentes puedes establecer? _____

- ¿Puedes determinar rápidamente cuántas fichas hay sin contarlas? Explica cómo lo harías. _____

- Encierra en un círculo todas las fichas que tienen sólo una característica en común. Dentro del círculo anterior, encierra en otro las fichas que tienen sólo 2 características en común; en otro las fichas que tienen sólo 3 características en común, y así sucesivamente. ¿Qué problemas se presentan? ¿Es posible realizar esta actividad? Comenta cómo. _____

2. JUEGOS

- La pieza escondida:** Un jugador elige una pieza y la esconde sin que sus demás compañeros se den cuenta. Los demás jugadores deben determinar cuál fue la pieza escondida, observando las otras fichas sin tocarlas. El jugador que acierte, esconde ahora otra ficha y los demás deben detectar la pieza faltante, pero sin tocar las otras. Nuevamente, el ganador, esconde una nueva ficha y así el juego continúa.

- La pieza correcta:** Se forman 2 equipos por mesa. Ambos tomarán al azar 24 fichas, que no pueden dejar ver del equipo contrario. Cada equipo, por turnos, va pidiendo las fichas que le hagan falta, pero cuando una ficha sea solicitada no puede ser pedida de nuevo. Ganará el equipo que logre reunir una de las características completas, por ejemplo todas las fichas amarillas, o todas las delgadas, etc.
- El dominó:** El juego consiste en poner el mayor número de fichas posibles. Se comienza con una ficha, cualquiera de ellas. La siguiente a colocar sólo puede diferir de la anterior en una característica, la siguiente, igual, hasta terminar, si es posible, con todas la fichas. Luego puede repetirse el mismo juego pero esta vez las fichas colocadas deben diferir en 2 características.
- Un crucigrama lógico:** Este es un juego colectivo. Se inicia con una ficha cualquiera. Sólo se pueden colocar a la izquierda o la derecha, hacia arriba o hacia abajo. La idea es cubrir la mayor área posible.
- Juego 1**
Las fichas colocadas en cualquier dirección de las antes mencionadas sólo difieren en una característica. Mira el primer recuadro.
- Juego 2**
Las fichas colocadas a la izquierda o derecha sólo difieren en una característica. Las fichas colocadas hacia arriba o hacia abajo difieren en 2 características. Mira el segundo recuadro.

Una parte interesante del juego se tiene cuando hay espacios por llenar. Completa los siguientes cuadros:

Cuadrado Amarillo Pequeño Delgado	?	?
Círculo Amarillo Grande Delgado	Círculo Amarillo Grande Grueso	?
Triángulo Amarillo Grande Grueso	Triángulo Rojo Grande Grueso	Rectángulo Rojo Grande Grueso
Círculo Amarillo Pequeño Grueso	Rectángulo Amarillo Pequeño Grueso	Rectángulo Rojo Pequeño Grueso

Rectángulo Rojo Grande Grueso	?	?
Triángulo Azul Pequeño Grueso	Círculo Azul Pequeño Grueso	?

3. LEYES PROPOSICIONALES

- ¿Es necesario estar matriculado en una institución para poder graduarse? _____
¿Será suficiente? _____
- ¿Es necesario que un cuadrilátero sea trapecio para ser un cuadrado? _____
¿Será suficiente? _____
- ¿Es necesario estudiar mucho para ser médico? _____ ¿Será suficiente? _____
- ¿Es suficiente con que un cuadrilátero tenga 2 lados paralelos para ser trapecio? _____
¿Es necesario? _____
- Para que un polígono sea regular, ¿es suficiente con tener todos sus lados iguales? _____
¿Será necesario? _____
- Para que un triángulo sea equilátero, ¿es suficiente con tener al menos 2 lados iguales? _____
¿Es necesario que tenga al menos 2 lados iguales para ser equilátero? _____
- ¿Es necesario que un número sea natural para ser primo? _____ ¿Será suficiente con ser natural para ser un número primo? _____
- ¿Es necesario que un número sea natural para ser un número real? _____

Actividad 1

Encierra dentro de un redondel todas las fichas que sean círculos o que sean azules.

- ¿Es suficiente con que una ficha sea un círculo para estar en el redondel? _____
¿Es necesario que sea un círculo para estar en el redondel? _____
- ¿Es necesario que una ficha sea círculo y azul a la vez para estar en el redondel? _____

- ¿Es suficiente que una ficha sea azul para estar dentro del redondel? _____ ¿Es necesario que sea azul para estar en el redondel? _____
- Si la ficha no es un círculo y está en el redondel, debe ser: _____
Si la ficha no es azul y está en el redondel, debe ser: _____
- ¿Qué piezas quedan por fuera? _____

Actividad 2

Encierra en un redondel las fichas que sean rojas o las que no son rectángulos.

- ¿Si una ficha es roja, necesariamente debe estar en el redondel? _____
- ¿Es suficiente con ser triángulo para estar en el redondel? _____ ¿Es necesario ser triángulo para estar en el redondel? _____
- Si la ficha escogida del redondel no es roja, entonces es: _____
- Si la ficha escogida del redondel es roja, entonces ¿no es rectángulo? Explica. _____

- Si la ficha escogida del redondel no es un rectángulo, ¿entonces es roja? Explica. _____

- ¿Qué propiedad tienen las fichas que quedaron por fuera? _____

- Si una ficha escogida es un rectángulo, ¿entonces no pertenece al redondel? Explica. _____

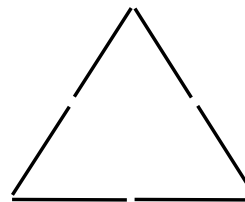
Elaborado por Clara E. Mejía y Alberto Jaramillo.
Adaptado por Miguel Monsalve y Carlos Julio Echavarría. 2000.
Modificado por Grupo Explora. Junio de 2004.
Bibliografía Z. P. Dienes, E. W. Golding. Lógica y Juegos Lógicos. Editorial Teide, 1970.
A. Jaramillo, C. E. Mejía, O. Mesa, Modelos matemáticos implementados en situaciones problema. U. de A, 2000.

Palillos

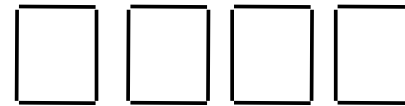


Proyecto	Mejoramiento de la Gestión Escolar
Materiales	Palillos

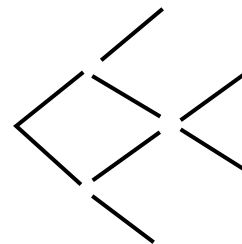
1. Forma el triángulo que se muestra con 6 palillos y agrega 3 más para construir 4 triángulos de áreas iguales:



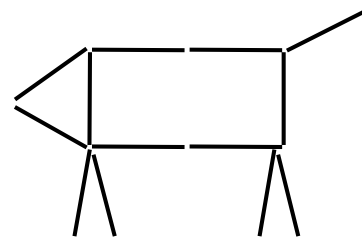
2. Con 16 palillos puedes formar 4 cuadrados congruentes, como se muestra en la figura. ¿Es posible construir con los mismos 16 palillos una figura con 5 cuadrados congruentes?
Nota: Entiende por congruencia, polígonos de igual área, perímetro y forma.



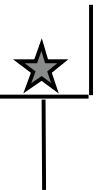
3. Moviendo 3 palillos consigue que el pez nade en dirección contraria:



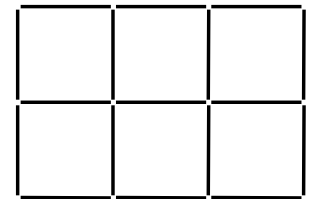
4. Moviendo 2 palillos haz que el perro mire en dirección contraria:



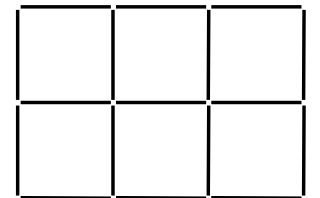
5. Moviendo 2 palillos consigue que la estrella quede fuera de la copa. La orientación final de la copa carece de importancia, pero no debe moverse la estrella:



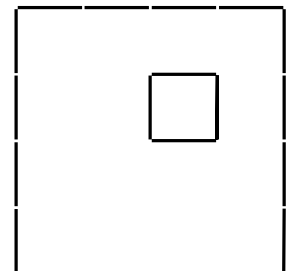
6. Quita 6 palillos para encontrar 2 cuadrados:



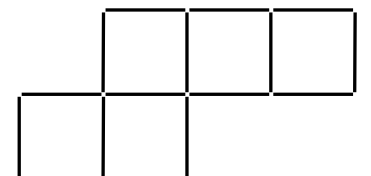
7. Quita 5 palillos para encontrar 3 cuadrados del mismo tamaño de los que se muestran:



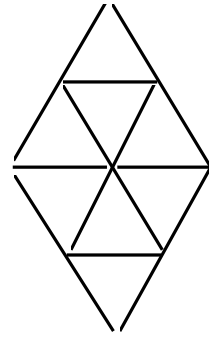
8. Al morir un hacendado, dejó a sus 5 hijos un terreno cuadrado y una casa también cuadrada, ubicada dentro de él. En la casa van a continuar viviendo todos, pero el terreno sí lo quieren repartir en 5 parcelas congruentes. Los palillos representan las unidades de longitud del terreno y las paredes exteriores de la casa. Para realizar la partición disponen solamente de 10 unidades de longitud. Determina si se puede lograr su objetivo.



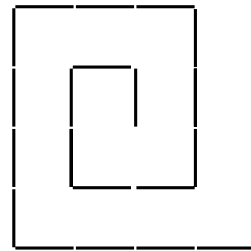
9. Moviendo 2 palillos deja sólo 4 cuadrados del mismo tamaño que los 5 cuadrados que se muestran en la figura. Repite el ejercicio, pero ahora quitando 2 palillos.



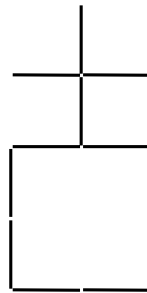
10. Quitando sólo 4 palillos deja 4 triángulos equiláteros del mismo tamaño que los 8 que ves. No deben quedar palillos sueltos.



11. Transforma la espiral de la siguiente figura en 3 cuadrados (no necesariamente iguales), moviendo sólo 4 palillos:

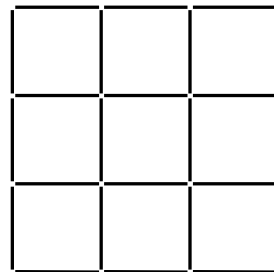


12. Convierte esta iglesia con su cruz en 3 cuadrados iguales moviendo sólo 5 palillos:



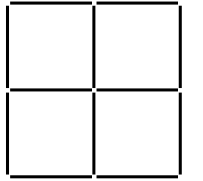
13. Tienes 24 palillos dispuestos como se observa en la siguiente figura:

- Quita 8 palillos para encontrar 2 cuadrados.
- Quita 8 palillos para encontrar 3 cuadrados.
- Quita 8 palillos para encontrar 4 cuadrados iguales.
- Quita 8 palillos para encontrar 5 cuadrados iguales.

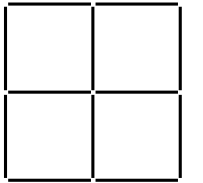


14. En la figura hay 4 cuadrados unitarios y un cuadrado 2 x 2. Cambia de lugar 4 palillos de tal manera que la nueva figura tenga exactamente:

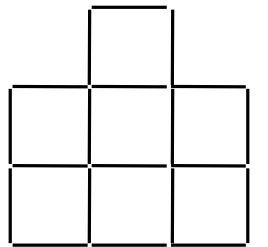
- 3 cuadrados.
- 2 cuadrados.



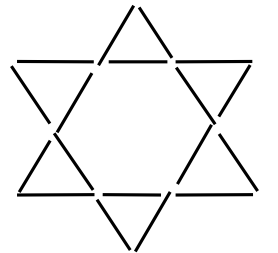
15. En la figura hay 4 cuadrados unitarios y un cuadrado 2 x 2. Cambia de lugar 3 palillos, de tal manera que la nueva figura tenga exactamente 3 cuadrados:



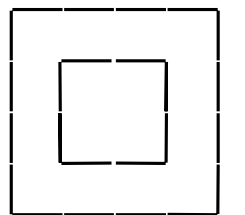
16. Cambia de lugar 3 palillos para formar 6 cuadrados:



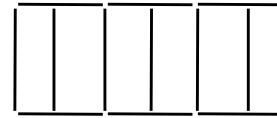
17. Utilizando 18 palillos forma una estrella de David como la que aparece en la figura. La estrella contiene 8 triángulos equiláteros. Cambia de posición solamente 2 palillos, de tal manera que la nueva figura contenga exactamente 6 triángulos equiláteros.



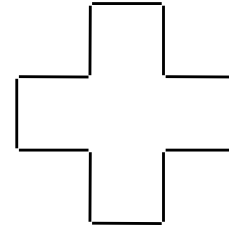
18. La figura está formada por 2 cuadrados concéntricos, uno de lado 4 y otro de lado 2. Cambia de posición 4 palillos, de tal manera que la nueva figura posea 3 cuadrados, 2 de los cuales son congruentes.



19. La figura nos muestra cómo un granjero pensaba construir 6 corrales rectangulares iguales; al tratar de hacerlo descubre que una valla está rota. Ayúdale a resolver el problema de construir 6 corrales iguales.



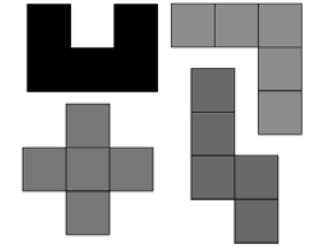
20. Con 12 palillos podemos construir una cruz, cuya área equivale a la suma de las superficies de 5 cuadrados hechos también de palillos. Cambia la disposición de los palillos, de tal modo que el contorno de la figura obtenida abarque sólo una superficie equivalente a 4 de esos cuadrados. No pueden quedar palillos al interior de la figura.



21. Tenemos 3 montoncitos diferentes de palillos. Hay en total 48 palillos. No sabemos cuántos hay en cada grupo. Si del primer montón pasamos al segundo tantos palillos como hay en éste; luego del segundo pasamos al tercero tantos palillos como hay en este tercero y por último, del tercero pasamos al primero tantos palillos como existen ahora en este primero, resulta que habrá el mismo número de palillos en cada montón. ¿Cuántos palillos había en cada montón al principio? _____

Elaborado por Doralba Valencia, Ines María Flórez. Mayo de 2000.
Modificado por Grupo Explora. 2004..
Bibliografía Y. Perelmann. El divertido juego de las matemáticas. Círculo de lectores, 1968.
 Martín Gardner. Ajá. Editorial Labor S.A., 1984.
 Esperanza Casas Alfonso. Divertidas matemáticas, Cooperativa Editorial Magisterio, Colombia, 1991.

Pentominós



Proyecto	Fortalecimiento de la Gestión Escolar en las I.E. del Valle de Aburrá
Materiales	Dominó, cubos, pentominós y papel cuadriculado

1. ACERTIJOS CON FICHAS DE DOMINÓ

El juego de fichas de dominó más antiguo que se conoce fue descubierto en 1922 en la tumba del faraón egipcio Tutankamón, en la ciudad de El Cairo, Egipto, aunque parece aceptarse que en realidad el dominó se originó en China y fue traducido en Europa por mercaderes venecianos del siglo XIV o XV de nuestra era. Desde Italia fue llevado a Francia, y se cree que los ingleses tuvieron las primeras noticias del dominó por prisioneros de guerra franceses durante las guerras napoleónicas, a principio del siglo XIX.

Este juego de fichas se conoce también como el “6 doble”, ya que ésta es la ficha mayor del juego.

¿Por qué en un dominó cuya máxima ficha es 6/6, el número de fichas es 28?

Realiza los acertijos presentados a continuación con el juego.

- Toma las 6 fichas menores del juego la 0/0, la 0/1, la 0/2, la 1/1, la 1/2 y la 2/2 y disponlas en un cuadrado, de manera que cada lado del cuadrado contenga el mismo número de puntos.
- Usando las mismas 6 fichas que en el acertijo anterior, forma un rectángulo, de manera que cada uno de sus 4 lados contenga el mismo número de puntos.

2. PENTOMINÓS

Los pentominós fueron presentados al mundo por el matemático californiano Salomón W. Golomb, por medio de un artículo publicado en 1954 por la revista *American Mathematical Monthly*.

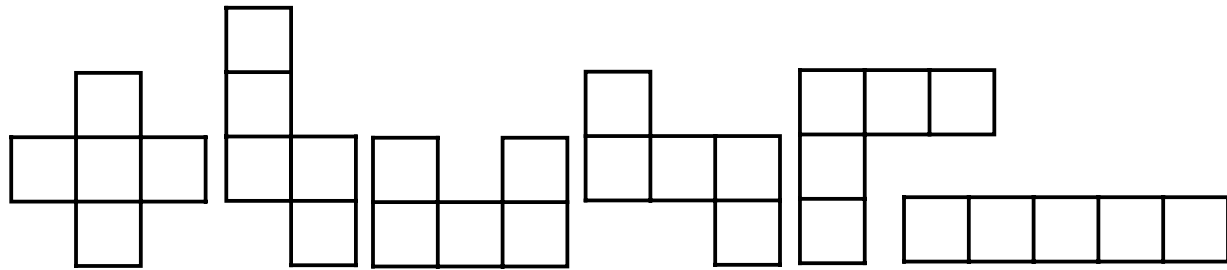
Partiendo de la definición de una ficha de dominó, como 2 cuadrados conectados simplemente (unidos por los bordes), Golomb acuñó la palabra “poliominó” para definir el tipo de formas construidas por cuadrados conectados.

Pensemos en la manera como Golomb denominó la unión de los siguientes cuadrados.

Un sólo cuadrado _____ 2 cuadrados conectados _____
 3 cuadrados conectados _____ 4 cuadrados conectados _____
 5 cuadrados conectados _____ 6 cuadrados conectados _____
 y así sucesivamente.

De la familia de los poliomínos, el pentominó es el que ha atraído el mayor interés debido a su considerable potencial recreativo. Hay doce maneras distintas en que 5 cuadrados pueden unirse para formar un pentominó; estas formas constituyen el juego de pentominós, y pueden comprarse en una tienda o hacerse en casa.

Algunas de las doce piezas del juego tienen formas como éstas:

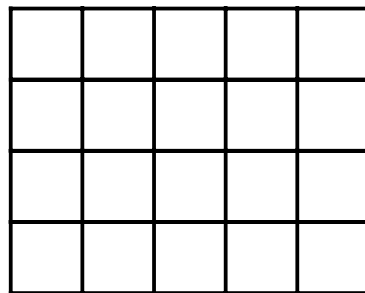


¡Encuentra las otras 6 formas de pentominós para así llegar a formar la base de varios interesantes acertijos!

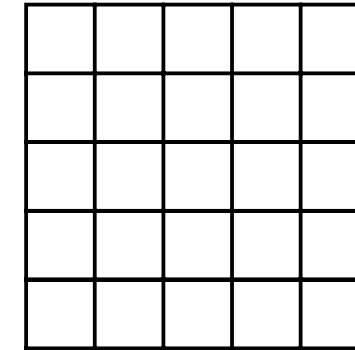
Actividad 1

Ahora pondremos en práctica nuestra habilidad. Toma una hoja de papel cuadriculado y comienza a resolver los siguientes acertijos:

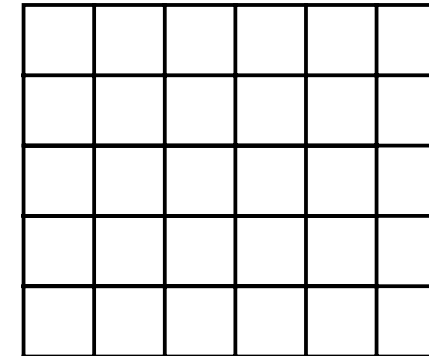
- Usando 4 pentominós forma un rectángulo de 4 x 5 cuadrados.



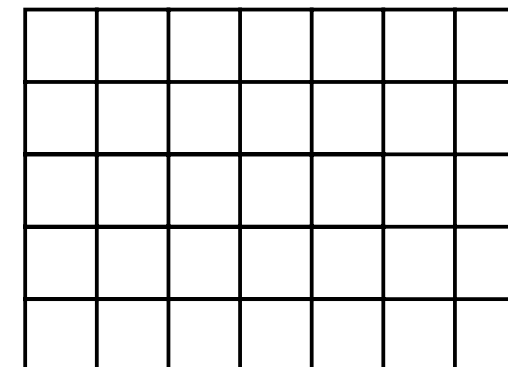
- Usando 5 pentominós forma un cuadrado de 5 x 5.



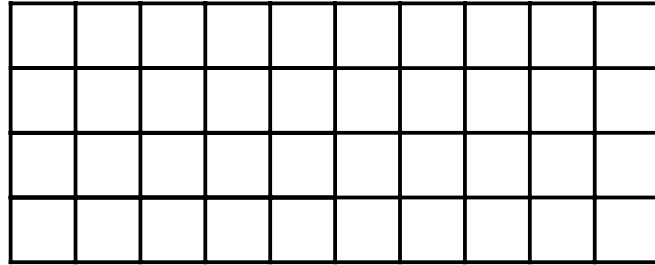
- Usando 6 pentominós forma un rectángulo de 5 x 6.



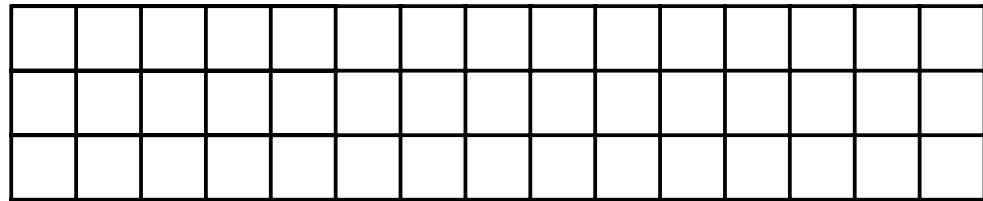
- Usando 7 pentominós, forma un rectángulo de 5 x 7.



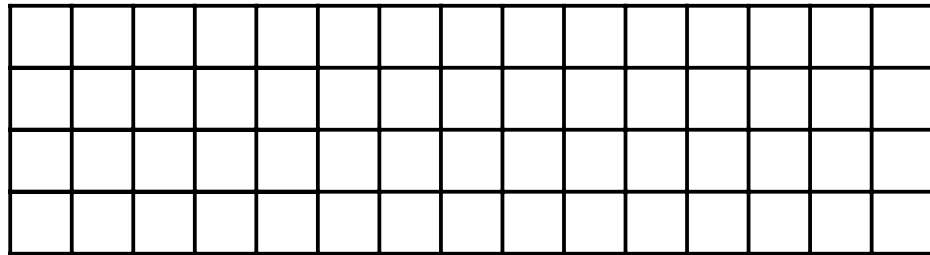
- Usando 8 pentominós forma un rectángulo de 4 x10.



- Usando 9 pentominós forma un rectángulo de 3 x15.

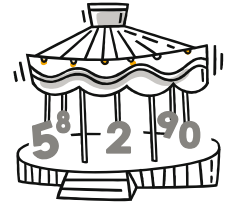


- Usando doce pentominós forma un rectángulo de 4 x15.



Elaborado por Miguel Monsalve G. y Johanna P. Yanet O. Julio de 2001
Modificado por Grupo Explora. 2004.
Bibliografía Gyles Brandereth. Los Grandes Acertijos Clásicos, Compañía General de Ediciones, S.A, México, 1987.

Carrusel matemático



Proyecto	Fortalecimiento de la Gestión Escolar en las I.E. del Valle de Aburrá
Materiales	Pentominós, colección de prismas, colección de pirámides, palillos y Tangram

A continuación, organizados en grupos de 3 ó 4 compañeros, recorran el Carrusel matemático como les indicarán los monitores del Aula Taller, pasando de la manera más disciplinada posible por las diferentes bases identificadas con el mismo número en la guía señalada, no necesariamente en orden. Resuelvan todas las actividades posibles en el grupo en el que se organizaron.

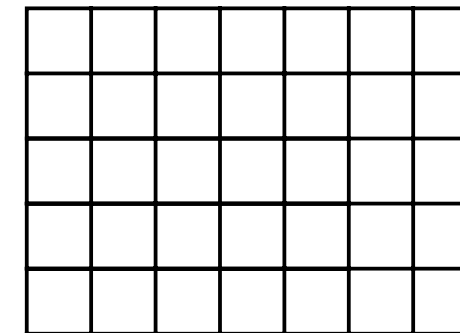
Institución educativa : _____ Grado: _____

Integrantes del grupo: _____

_____ Hora y minutos de inicio: ____:____

Actividad 1

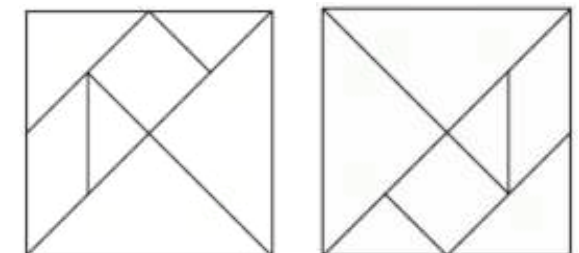
Usando 5 pentominós, formen un rectángulo de 7 x 5 y dibujen la solución.



¿Cuál es el área del rectángulo? _____ ¿Cuál es el perímetro? _____

Actividad 2

- Ahora en los siguientes Tangram colorean o resalten 5 octavos 5/8 del área. Consigan 2 soluciones diferentes.



- Escojan una unidad de longitud y escriban o coloren cuál es _____. Luego midan y escriban cuál es el perímetro del cuadrado formado por las 7 figuras del Tangram _____
- Escriba el nombre geométrico de las fichas de tangram: _____

Actividad 3

- Muevan 2 fichas del tangram para conseguir un cuadrilátero como el siguiente:



- Escriban su nombre: _____ ¿Por qué recibe este nombre? _____
- ¿Cómo es su perímetro comparado con el cuadrado de la base 2? _____

Actividad 4

Cuenten el número de caras, aristas, vértices, ángulos diedros y ángulos poliedros de los poliedros asignados, y organicen la información en el cuadro que aparece a continuación:

Nombre	No. de caras	No. de aristas	No. de vértices	No. de ángulos diedros	No. de ángulos poliedros

- ¿Qué nombre tienen estos poliedros? _____
- Verifiquen con los resultados obtenidos en el cuadro anterior la siguiente relación:

$$C + V - A = 2 \quad \text{¡Es la relación de Euler!}$$

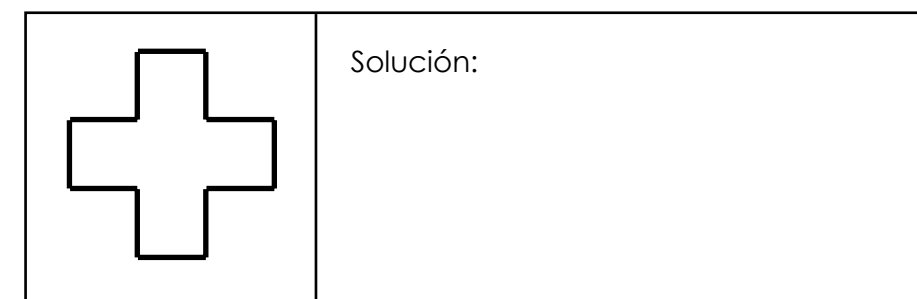
Donde: C = Número de caras, V = Número de vértices, A = Número de aristas.

- ¿Se cumple la Relación de Euler para todos los poliedros asignados? _____
- Escriban alguna característica que los diferencie de otros poliedros _____

Actividad 5

- Con 12 palillos de igual longitud podemos construir una cruz, cuya área equivalga a la suma de las superficies de 5 cuadrados hechos también con palillos. Cambia la disposición de los palillos, de tal modo que el contorno de la figura obtenida abarque sólo una superficie equivalente a 4 de esos cuadrados. No pueden quedar palillos al interior de la figura. Dibujen la solución.

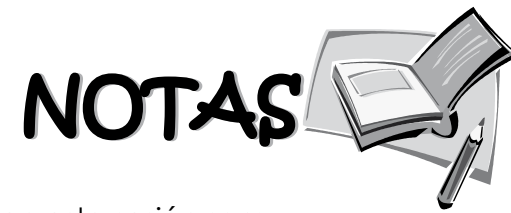
Ayuda: Pueden iniciar a resolverlo construyendo un triángulo rectángulo.



- ¿Cómo lo resolvieron? _____

_____ Hora y minutos de finalización: _____

Elaborado por Equipo de monitores Aula Taller de Matemáticas Copacabana y Grupo Ábaco, dentro del proyecto Fortalecimiento de la Gestión Escolar en las I.E. del Valle de Aburrá.



Los **conceptos** que aprendí en esta sesión son:

Los temas que **consultaré** próximamente son:

SEGUNDA SESIÓN

La geometría

Las actividades geométricas deben estar siempre en la escuela con buena frecuencia e intensidad, de tal forma que los niños, niñas y jóvenes vayan desarrollando y potenciando todo su pensamiento espacial. Se debe tener especial cuidado para que en el momento de las clases, el diálogo entre los estudiantes y los maestros sea sostenido y fluido; por eso tener en cuenta los niveles de pensamiento geométrico es muy importante. Las actividades que se plantean en estas guías de trabajo, permiten un apoyo en lo concreto, para formar los conceptos y el manejo permanente de instrumentos de medida, acompañados de la materialización de las ideas geométricas básicas.

Los objetivos de esta sesión son:

- Desarrollar el pensamiento espacial con la ayuda del juego, el estudio de poliedros y figuras planas.
- Estudiar los conceptos de área, perímetro, volumen y área superficial, adoptando unidades de medida de acuerdo con los recursos que se tienen; así estas actividades lúdicas llevan al estudiante, de una manera entretenida, a la formalización de estos conceptos.
- Iniciar un proceso de construcciones básicas con regla y compás, indispensables para el estudio de la geometría.
- Iniciar el estudio de la geometría mediante la construcción para llegar a lo abstracto desde lo concreto, es decir, partir de la construcción de plantillas en cartulina, de cuerpos geométricos utilizando regla y compás, con el fin de contar con colecciones de prismas y de pirámides que permitan el estudio de los mismos.

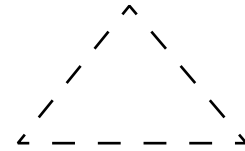
Los temas y conceptos que se desarrollarán son

- Áreas y perímetros (unidades de medida).
- Volumen y área superficial (unidades de medida).
- Definición de poliedros entre los que se cuentan los prismas y las pirámides.
- Sistematización de los datos obtenidos del conteo de caras, vértices y aristas.

Y las guías contenidas en este segundo capítulo son, en su orden:

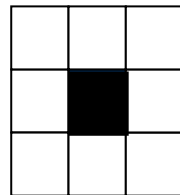
- Áreas y perímetros.
- Jugando con cubos.
- El Cubo de Soma.
- Construcción y estudio de pirámides.
- Construcción y estudio de prismas

Áreas y perímetros



Proyecto	Fortalecimiento de la Gestión Escolar en las I.E. del Valle de Aburrá
Materiales	Papel cuadriculado, regla y lápiz

En el papel cuadriculado asumiremos que la unidad de longitud es la distancia entre 2 intersecciones consecutivas a lo largo de una línea, y que la unidad de área es el área de un cuadrado, cuyo lado es la unidad de longitud. Es claro que la unidad de medida adoptada es esencial para cuantificar el área o la longitud buscada.



Unidad de área

Unidad de longitud

En las actividades que se proponen a continuación, se requiere a menudo el desarrollo de estrategias para el conteo de las líneas y los cuadrados unitarios. Ese es uno de los objetivos más importantes de esta guía de trabajo. Si ya comprendes claramente el contenido del teorema de Pitágoras, utilízalo libremente; si no, intenta aproximaciones por conteo cuando sea necesario.

Sugerencia: Tomemos lados de valores enteros para trabajar sobre la cuadrícula.

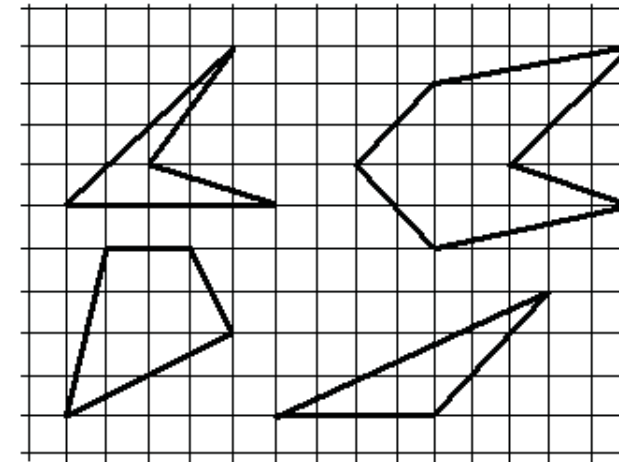
1. Construye todos los rectángulos posibles con áreas diferentes, de perímetro 28 unidades de longitud. Elige el que encierre mayor área. Sistematiza la información y concluye. _____

2. Dado un rectángulo de área 24 unidades cuadradas, encuentra todos los rectángulos con perímetro diferente que tengan esta misma área. Luego, dada un área cualquiera, ¿cómo puedes determinar cuántos rectángulos se obtendrían, sin necesidad de construirlos? _____

Marca un punto A sobre la cuadrícula. Ahora desde A, ubica un punto B situado a 5 unidades a la derecha; desde B ubica un punto C a 2 unidades a la izquierda y 4 unidades hacia arriba. Une los 3 puntos, identifica la figura formada y calcula su área y su perímetro. _____

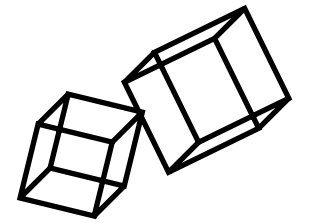
4. Construye un triángulo rectángulo diferente al que acabaste de construir. Calcula el área y el perímetro. _____

- Construye 2 triángulos diferentes que tengan la misma área.
- Determina el área y el perímetro de los siguientes polígonos:



- Construye un cuadrado cuya área sea: a. 8 unidades cuadradas. B. 18 unidades cuadradas.
- ¿Por qué el área del rectángulo se encuentra con la regla "base por altura"? _____
- ¿Por qué el área del paralelogramo está determinada por la regla "base por altura"? _____
- ¿Por qué el área del triángulo se encuentra con la regla "base por altura sobre 2"? _____
- ¿Por qué el área del rombo se encuentra con la regla "semiproducto de las diagonales"? _____
- ¿Por qué el área de un trapecio se encuentra con la regla "semisuma de las bases por la altura"? _____

Jugando con cubos

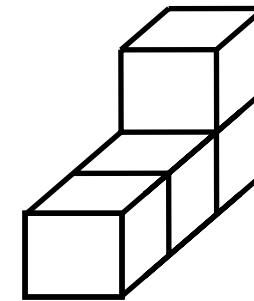


Proyecto	Fortalecimiento de la Gestión Escolar en las I.E. del Valle de Aburrá
Materiales	Papel cuadriculado, regla, lápiz y cubos

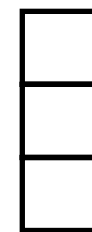
Si miramos a nuestro alrededor, encontraremos muchos objetos que ocupan un espacio determinado. La magnitud que nos indica cuánto espacio es ocupado por el objeto, la llamamos volumen.

Dependiendo de la forma del objeto, se puede obtener su volumen de distintas maneras. El cuerpo u objeto cuyo volumen es más sencillo de establecer es el cubo.

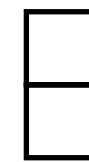
Toma 4 cubos y construye el cuerpo que se muestra a continuación:



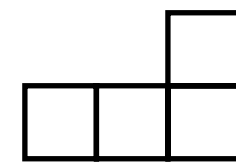
Es una práctica común representar los cuerpos en el plano mediante dibujos de lo que se observa por cada una de sus caras. A esta representación se le conoce con el nombre de vista. A continuación, se muestran las vistas correspondientes al cuerpo que construiste



Vista superior



Vista frontal



Vista lateral derecha

Vamos a usar varios cubos para formar cuerpos de diferentes formas y tamaños.

Elaborado por Bibliografía

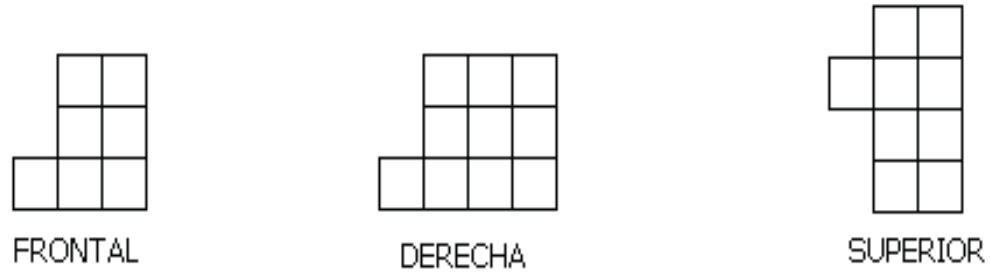
Carlos Julio Echavarría, Miguel Monsalve y Carmen E. Patiño, 2000
Linda Dickson, Margaret Brown, Olwen Gibson. Editorial Labor, El aprendizaje de las matemáticas. 1991.

Adaptada por

Equipo de monitores Aula Taller de Matemáticas Copacabana y Grupo Ábaco, Fortalecimiento de la Gestión Escolar en las I.E. del Valle de Aburrá.

Actividad 1

1. Para el primer cuerpo que vamos a construir, alguien tomó estas fotografías:



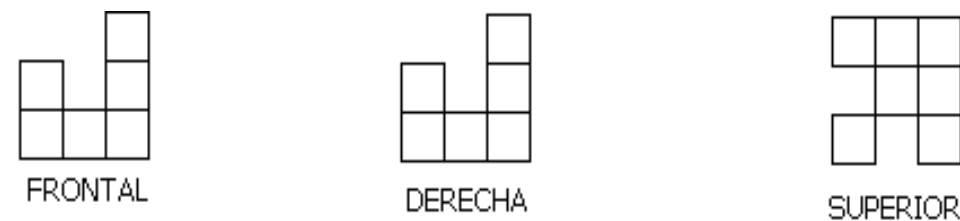
- Construye el cuerpo al que corresponden. ¿Cuál es su volumen? _____
- ¿Cuántos cuadrados se pueden tocar, incluso los que tocan la mesa? _____
Ésta será el área superficial.
- ¿Crees que sólo pueden corresponder a un sólo arreglo? _____

2. Para las siguientes fotografías o vistas, construye un cuerpo con el máximo y el mínimo de cubos posibles. Anota para cada caso el volumen y el área superficial.



Máximo volumen = _____ Área superficial = _____
Mínimo volumen = _____ Área superficial = _____

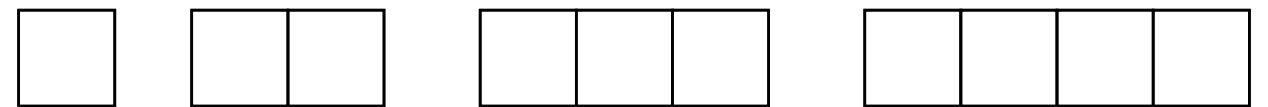
3. Construye con 16 cubos un cuerpo cuyas vistas sean las siguientes:



Área superficial = _____

- Dibuja la vista derecha:

4. Construye y observa con atención los siguientes cuerpos:



- Sigue agregando un cubo a cada cuerpo y completa la siguiente tabla:

Volumen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Área superficial													

- ¿Qué observas? _____
 - ¿Podrías decir la regla para obtener el área superficial de un cuerpo de esta forma, construido con cualquier cantidad de cubos? _____
5. Intenta construir con el mismo número de cubos, cuerpos diferentes. ¿Cambia el área superficial? _____

6. Para un volumen de 10 unidades cúbicas, construye un cuerpo que tenga un área superficial de 36 unidades cuadradas. Elabora las 3 vistas para cada uno de los cuerpos.

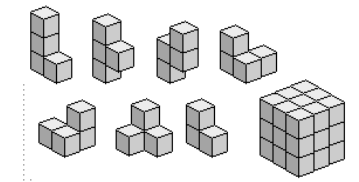
Frontal

Derecha

Superior

Elaborado por Blanca Adriana Botero. Julio de 2000.
Modificado por Equipo de monitores Aula Taller de Matemáticas Copacabana y Grupo Ábaco, dentro del proyecto Fortalecimiento de la Gestión Escolar en la I.E. del Valle de Aburrá.

El cubo de soma



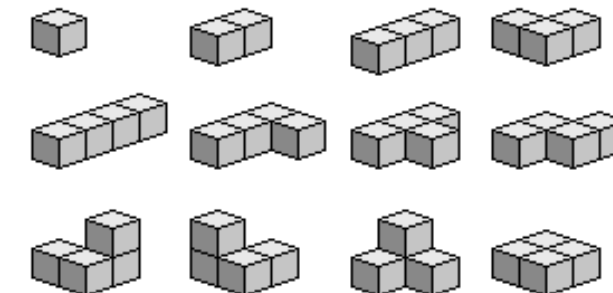
Proyecto	Fortalecimiento de la Gestión Escolar en las I.E. del Valle de Aburrá
Materiales	Cubo de soma

1. UN POCO DE HISTORIA

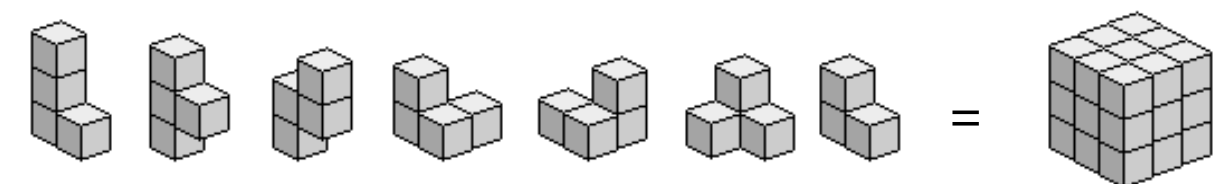
El cubo de Soma fue inventado por el danés Piet Hein en 1936 mientras estaba en una conferencia de Física cuántica¹. Hein tuvo la gran idea a partir de una conjetura:

“Si pudiéramos todas las forma irregulares constituidas por no más de 4 cubos y las uniéramos de forma conveniente, ¿podríamos obtener otro cubo más grande?”

Existen 12 formas posibles de organizar arreglos de no más de 4 cubos como se muestra a continuación:



Piet Hein define con el término irregular, aquellas figuras no convexas. De las 12 formas mostradas, 7 son irregulares y con ellas a posible armar un cubo:



¹ Teoría formulada por el físico alemán Max Planck y todo lo que a ella concierne, perteneciente o relativo a los cuantos de energía, que son cuerpos pequeños que que experimentan saltos de energía cuando absorbe no emite radiación.

Es importante destacar que el señor Hein no se inventó el rompecabezas extrayendo las piezas del cubo, sino que primero construyó las 7 piezas y luego trató de armar el cubo. Cuando comprobó que podía formar el cubo, se dio cuenta de que también podía armar distintas figuras empleando las mismas piezas y entonces se volvió un adicto a este rompecabezas. Por tal razón lo llamó cubo de Soma, pues "Soma" era una droga que producía adicción en la novela "El Mundo Feliz" del autor Aldous Huxley.

Piet Hein nació en 1905 en Dinamarca. Su padre fue un famoso Ingeniero civil que inventó la montaña rusa y su madre era oftalmóloga. Además de inventar el cubo de soma, Piet Hein también inventó una forma geométrica llamada súper elipse. Ésta fue una de sus contribuciones a la ciencia y las matemáticas, puesto que trabajó por muchos años con Albert Einstein.

Pero no solamente se dedicó a las matemáticas. También fue poeta y escribió más de 7 mil poemas cortos, los cuales son conocidos como *grooks*. Por tal motivo sus compatriotas lo llamaban "Kumbel", pues éste era el nombre de la pluma que usaba para escribir sus poemas.

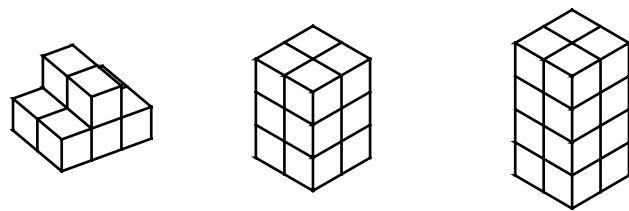
Piet Hein murió en 1996 a los 91 años de vida, y es reconocido como un hombre muy talentoso que desarrolló ambos hemisferios de su cerebro, el izquierdo en las matemáticas y el derecho en la poesía.

Actividad 1

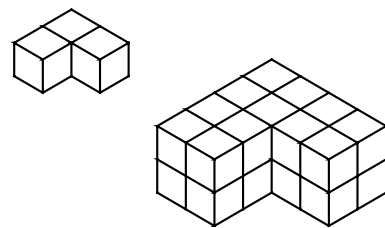
- Hay numerosas formas diferentes de armar el cubo. Trata de encontrar una.

Actividad 2

- Usando el número de piezas que se indica, trata de formar las siguientes figuras:



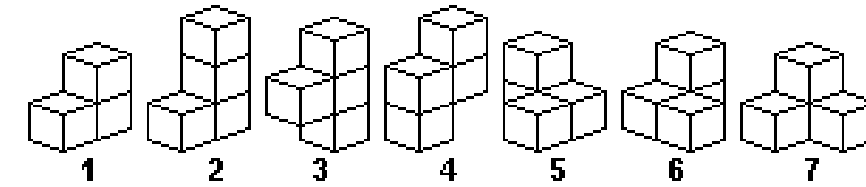
- Intenta armar una figura que tenga la misma forma que la pieza más pequeña, utilizando las 6 piezas restantes como se muestra a continuación:



Actividad 3

Cuando se forma una figura a partir de otra, se dice que se realizó una transición.

- Primero que todo, enumera las figuras como se muestra a continuación:



- Para continuar, arma el cubo de la siguiente manera:



Primer paso

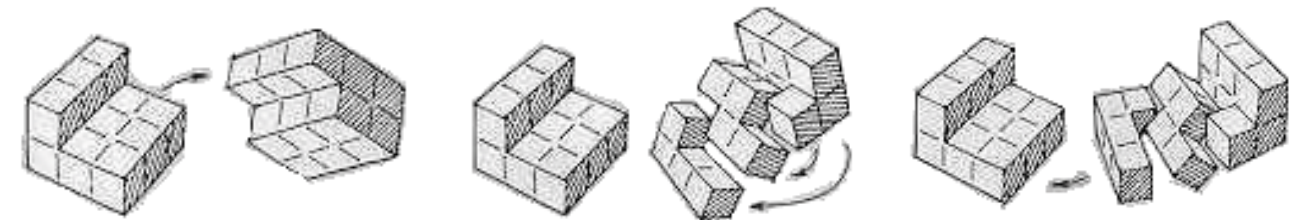


Segundo paso

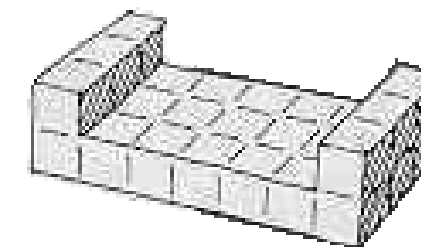


Tercer paso

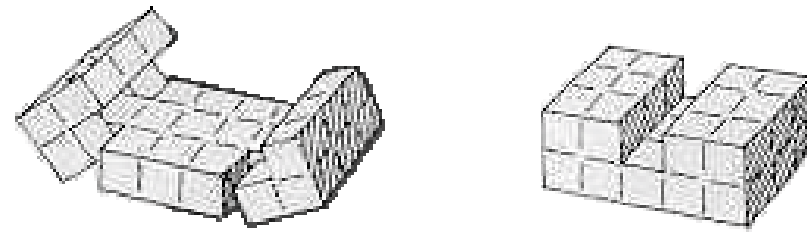
- Ahora sepáralo así:



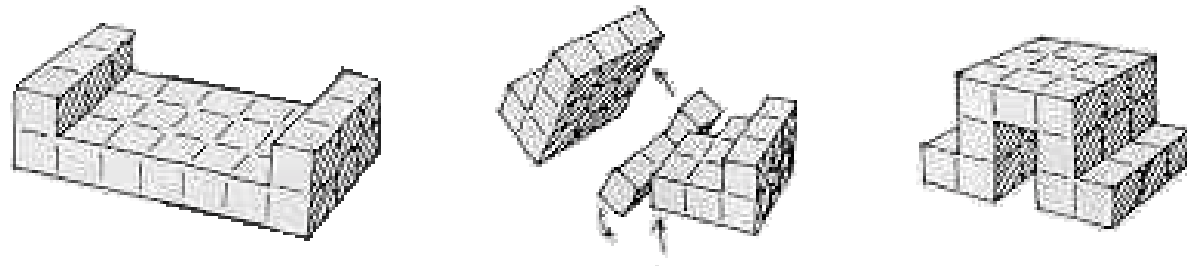
... y para obtener la cama:



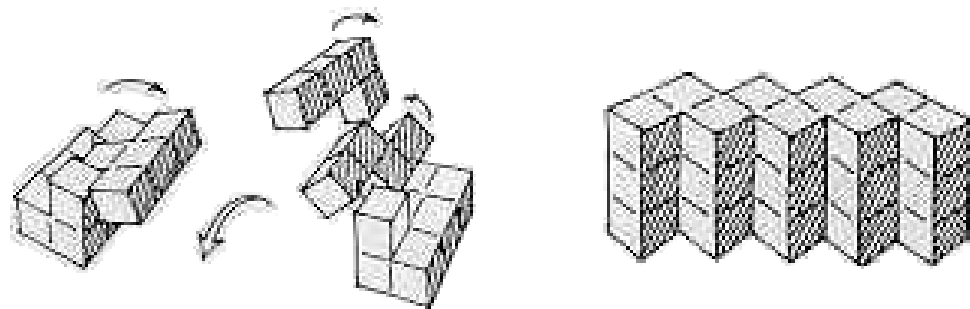
- A continuación, dóblala como se indica, para obtener el canal:



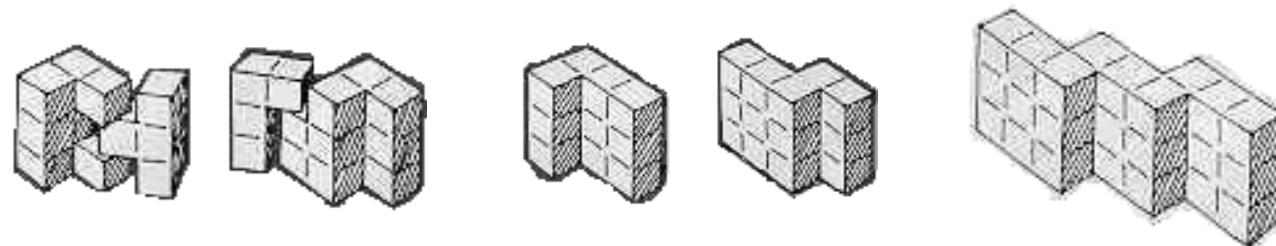
- Volviendo a la cama y levantando la parte central, se obtiene el túnel:



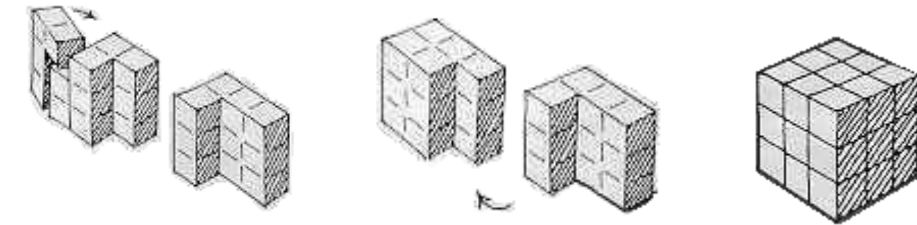
- Quitando las siguientes piezas y girándola, se obtiene la pared en zig-zag:



- Reorganizando las piezas de la siguiente forma se obtiene este otro zig-zag:

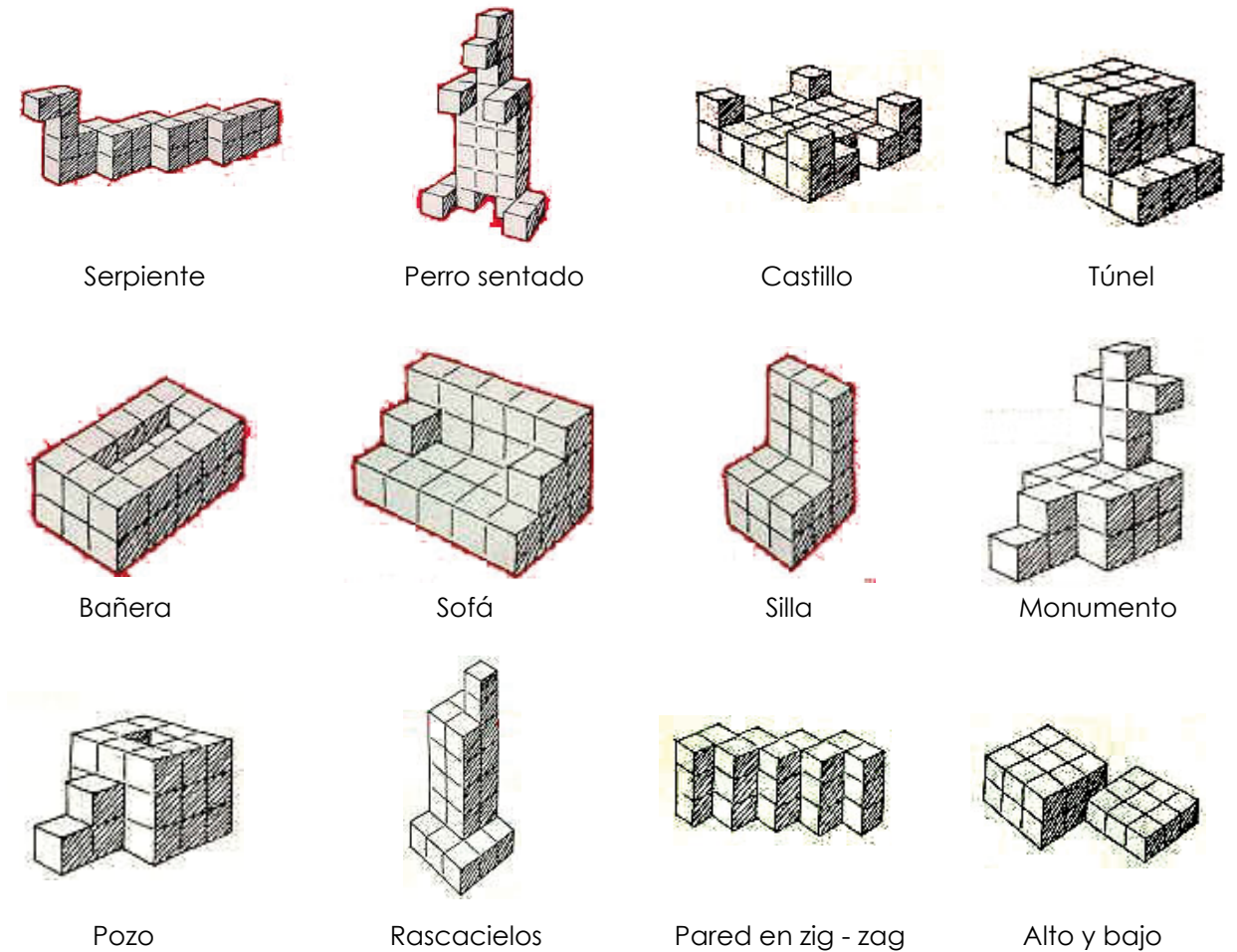


- Finalmente, siguiendo el procedimiento ilustrado, se retorna al cubo:



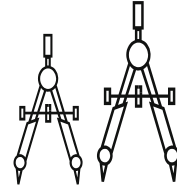
Actividad 4

Trata de formar algunas de las figuras que aparecen a continuación:



Elaborado por Eddy Alejandro Bustamante M. Agosto de 2000.
Modificado por Carlos Julio Echavarría. Julio de 2004.
Bibliografía <http://home8.inet.tele.dk/bundgard/SOMA/HISTORY.HTM>
<http://www.cableone.net./bbartels/soma/somaIntro.htm>

Construcción de pirámides



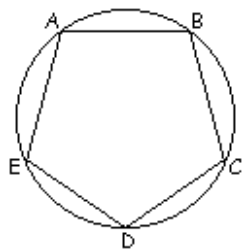
Proyecto	Fortalecimiento de la Gestión Escolar en las I.E. del Valle de Aburrá
Materiales	Regla, compás, tijeras, cartulina y pegante

1. ¿QUÉ ES UNA PIRÁMIDE?

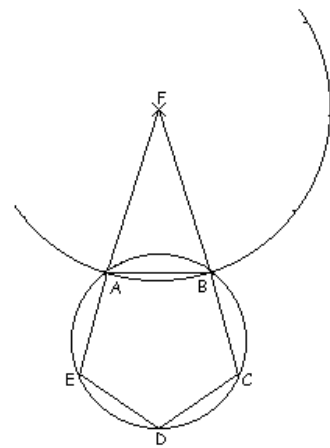
Una Pirámide es un poliedro que tiene como base la forma de cualquier polígono y sus caras laterales son triángulos que se juntan en un solo punto.

Los pasos que tienes que seguir para construir cualquier pirámide se describen a continuación:

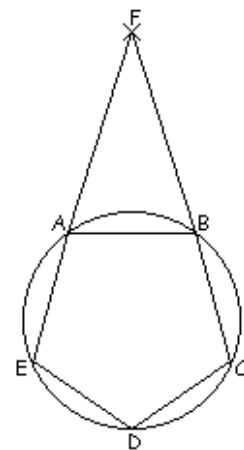
- Dibuja una circunferencia del radio que desees, luego inscribe en ella la forma del polígono que quieres para la base de tu pirámide.
- Escoge una abertura con el compás (ten en cuenta que entre mayor sea ésta, mayor será la altura de tu pirámide); luego haz centro en A y traza un arco, después, con la misma abertura y haciendo ahora centro en B, traza un arco que corte el que hiciste anteriormente. Acabas de construir el triángulo isósceles ABF.
- Haciendo centro en F y con abertura del compás igual a AF, traza un arco de circunferencia que pase por los puntos A y B.



Primer Paso

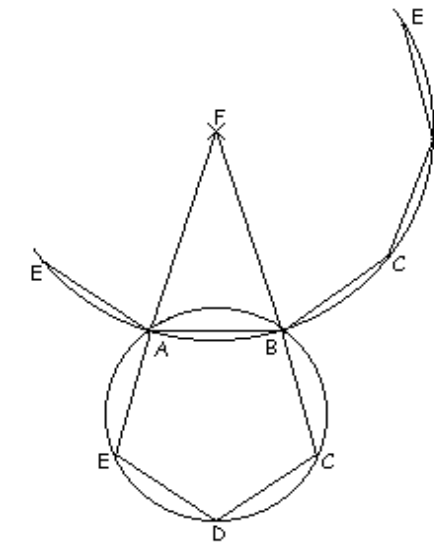


Segundo Paso

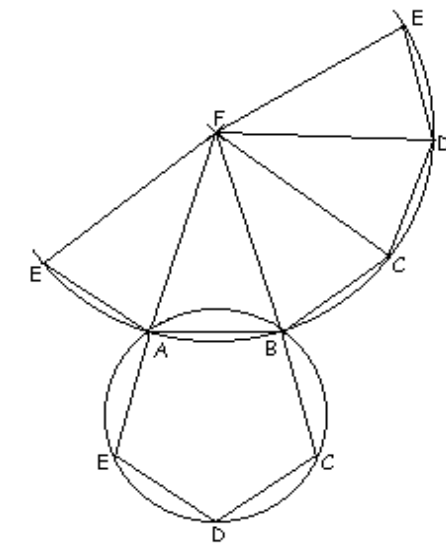


Tercer Paso

- Traslada cada uno de los lados del polígono sobre la nueva circunferencia, midiendo cada segmento con el compás. Es muy importante que traslades los segmentos en el orden correcto, tal como lo muestra la figura. El segmento EA puede trasladarse al lado derecho o al lado izquierdo.
- Dibuja líneas que vayan desde los puntos ubicados sobre la circunferencia hacia el punto F.

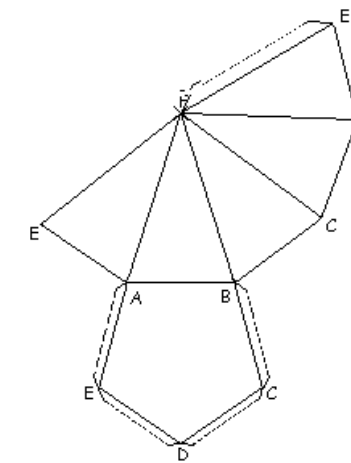


Cuarto Paso

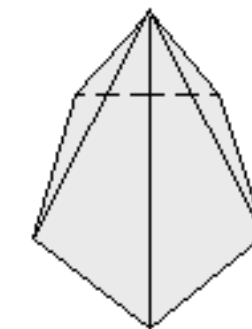


Quinto Paso

- Hazle pestañas a la figura sobre el segmento FE y sobre cada uno de los lados de la base de tu pirámide, luego recorta y pega.



Sexto Paso



Séptimo Paso

Elaborado por Carlos Julio Echavarría y Sara María Velásquez. Junio de 2002.

Estudio de pirámides



Proyecto	Fortalecimiento de la Gestión Escolar en las I.E. del Valle de Aburrá
Materiales	Colección de pirámides

Basados en la colección de pirámides, completa la siguiente tabla. Compara cada una de ellas con el resto de las pirámides:

Nombre	No. de caras	No. de vértices	No. de aristas	No. de ángulos diedros	No. de ángulos poliedros	Forma de la base

- Escribe una definición de pirámide de acuerdo con esta experiencia: _____

- De acuerdo con los resultados obtenidos en la tabla, expresa por escrito todas las relaciones que encuentres. _____

Elaborado por Carlos Julio Echavarría y Nelson Ospina. Julio de 2000.

Construcción de prismas

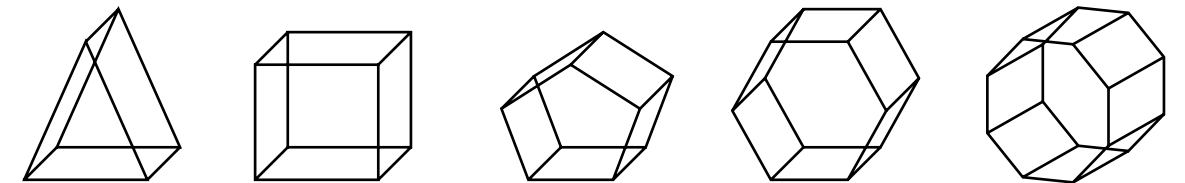


Proyecto	Fortalecimiento de la Gestión Escolar en las I.E. del Valle de Aburrá
Materiales	Regla, compás, tijeras, cartulina y pegante

1. ¿QUÉ ES UN PRISMA?

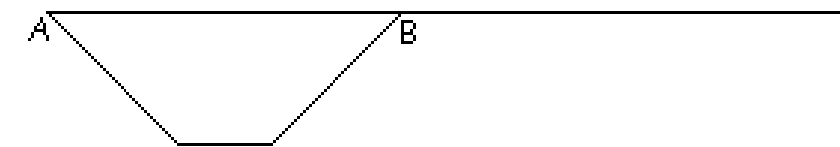
Un prisma es un poliedro que tiene 2 caras paralelas y congruentes llamadas bases; las caras laterales formadas sobre cada uno de los lados de la base, pueden ser rectángulos (generando prismas rectos) o paralelogramos (generando prismas oblicuos).

Esta guía te permitirá construir una colección de prismas rectos y te ayudará a recordar la forma en que se trasladan segmentos y se construyen paralelas y perpendiculares. Por ejemplo:

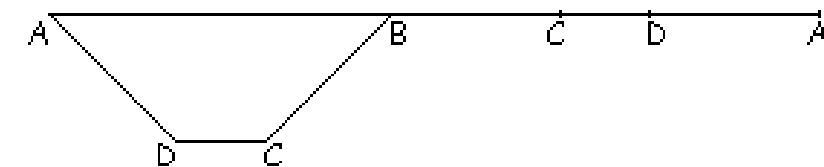


Para que construyas tu propio prisma, realiza cada uno de los siguientes pasos:

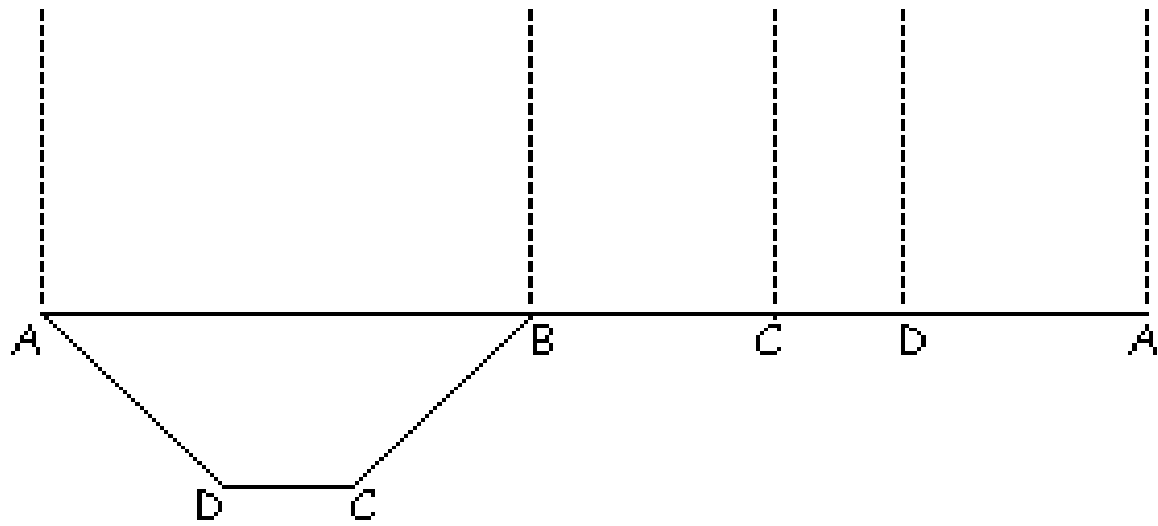
- Traza una línea horizontal y sobre ella marca 2 puntos a la distancia que elijas. Luego dibuja la forma de la cara de tu prisma (puede tener cualquier número de lados).



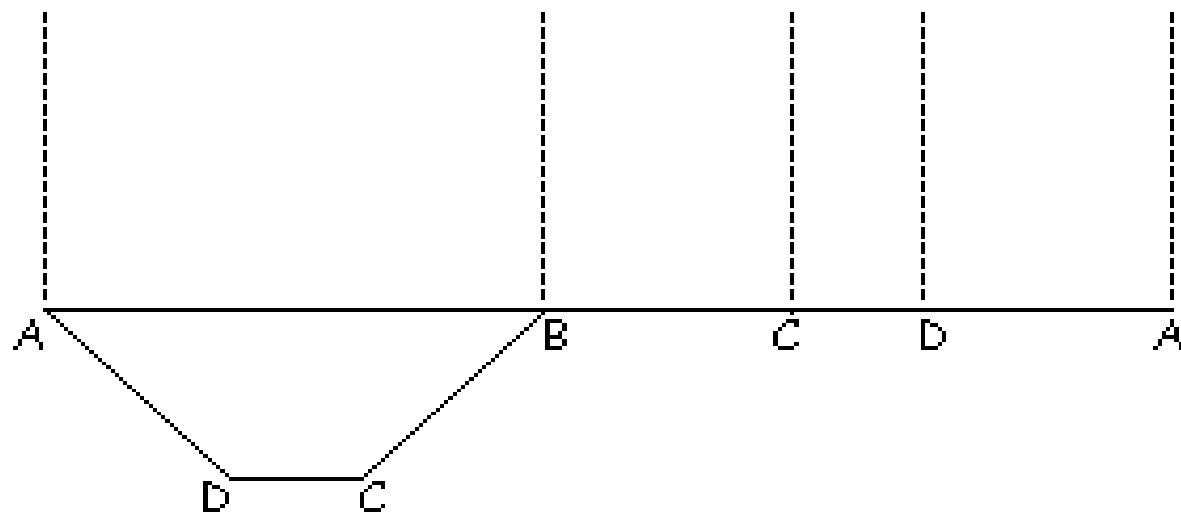
- Con el compás haz aberturas iguales a BC, CD y DA respectivamente. Luego traslada cada una en su orden sobre la recta horizontal, tal como lo muestra el ejemplo.



- Traza perpendiculares en cada uno de los puntos que se encuentran sobre la horizontal (A, B, C, D, A). Existen 2 formas de hacerlo, ¿cuáles son?, descríbelas o pregúntale al monitor.

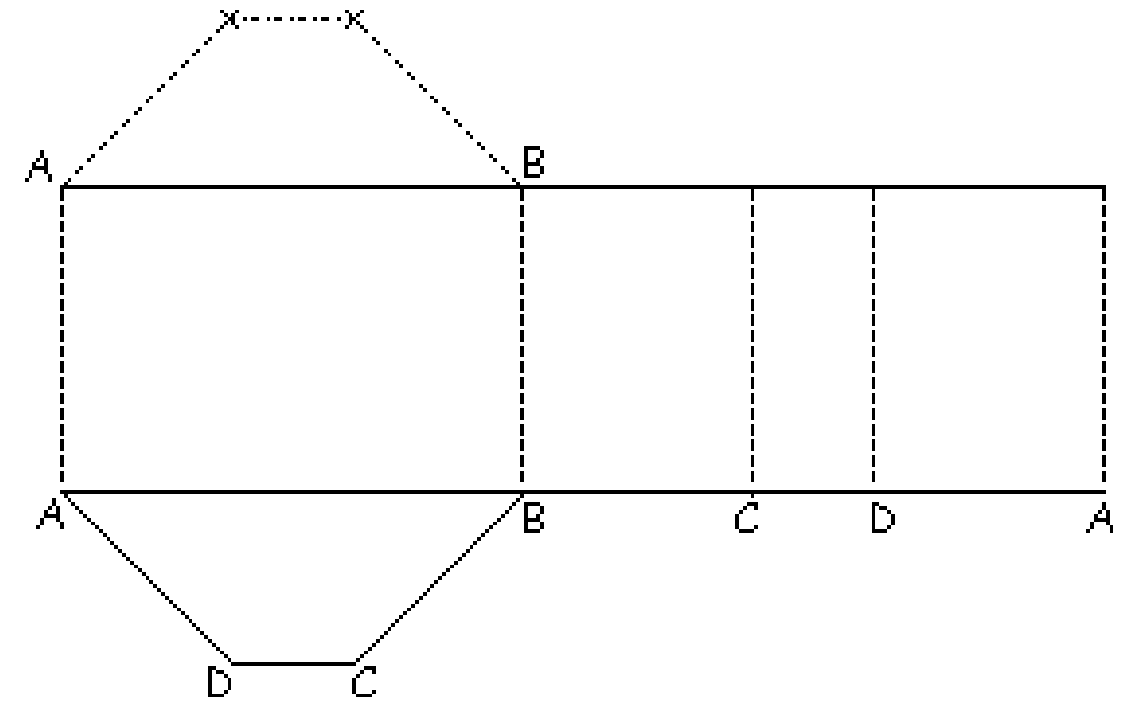


- Elige una altura cualquiera y traza la unión entre dichas alturas.

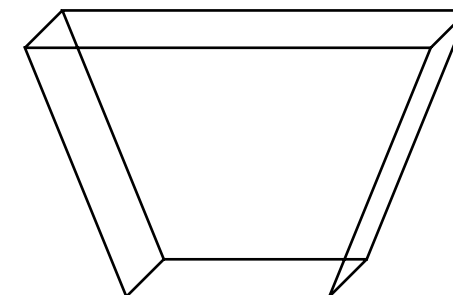


- Construye la cara en el otro extremo. Para que te quede igual, puedes hacer lo siguiente con el compás:

- Abertura igual a AD, centro en A y traza el arco.
- Abertura igual a BD, centro en B y traza el arco, cortándolo con el anterior.
- Abertura igual a AC, centro en A y traza el arco.
- Abertura igual a BC, centro en C y traza el arco, cortándolo con el anterior.

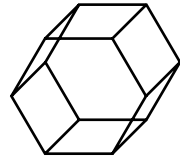


- Hazle pestañas a la figura, recorta y pega.



Elaborado por Carlos Julio Echavarría y Sara María Velásquez. Mayo de 2002.

Estudio de prismas



Proyecto	Fortalecimiento de la Gestión Escolar en las I.E. del Valle de Aburrá
Materiales	Colección de pirámides

Actividad 1

- Con base en la colección de prismas, completa la siguiente tabla. Compara cada uno de ellos con el resto de los prismas.

Nombre	No. de caras	No. de vértices	No. de aristas	No. de ángulos diedros	No. de ángulos poliedros	Forma de la base

- Escribe una definición de prisma de acuerdo con esta experiencia. _____

- De acuerdo con los resultados obtenidos en la tabla, expresa por escrito todas las relaciones que encuentres. _____

- Establece diferencias entre el conjunto de prismas y el conjunto de pirámides. _____

Elaborado por Carlos Julio Echavarría. Julio de 2000.

NOTAS



Los **conceptos** que aprendí en esta sesión son:

Los temas que **consultaré** próximamente son:

TERCERA SESIÓN

Los números

Los números tienen algo fascinante, desde su nivel de abstracción, hasta la simplicidad para representar ciertos registros de situaciones, que dan una idea muy cercana del mundo que nos rodea, de la dimensión misma del universo. Ese otro algo que los hace más atractivos, es la posibilidad de pensarlos en relación con otros; esa magia es la que queremos que llegue a la escuela a través del desarrollo de las diferentes guías sobre números que podemos pensar en el aula de clase.

Utilizando algunas de las guías, se desarrollarán actividades en el aula de clase, para generar el desarrollo del pensamiento numérico en relación con otras formas de pensar las matemáticas básicas.

Los objetivos de esta sesión son:

- Desarrollar habilidad en el manejo de las operaciones con fraccionarios.
- Resolver algunos problemas de aplicación de los números fraccionarios, usando áreas circulares en las tortas fraccionadas y áreas cuadradas en la tabla de la sabiduría.
- Determinar la ley de formación del triángulo de Pascal y construir a partir de ella las primeras 12 filas.
- Introducir el concepto de combinatoria y la utilidad del triángulo de Pascal para determinar algunas de ellas.
- Estudiar una de las demostraciones geométricas del teorema de Pitágoras (Chou-Pei).

Los temas y conceptos que se desarrollarán son:

- Operaciones básicas con números fraccionarios.
- Equivalencias.
- Combinatoria.
- Aplicación geométrica del Teorema de Pitágoras.

Y las guías contenidas en este capítulo son, en su orden:

- Tortas de fraccionarios y problemas con fraccionarios.
- El Triángulo de Pascal.
- La Tabla de la sabiduría.
- El Teorema de Pitágoras.

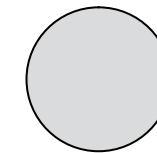
Tortas de fraccionarios. Equivalencias y operaciones

$$\frac{7}{4} \quad \frac{10}{22} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{2}{5}$$

Proyecto	Fortalecimiento de la Gestión Escolar en las I.E. del Valle de Aburrá
Materiales	Juego de tortas de fraccionarios y lápiz

Actividad 1

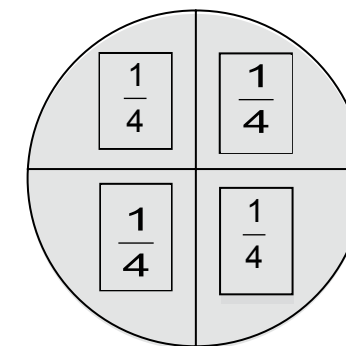
Observa el material que se te ha entregado. En él encuentras una "torta" completa y pedacitos de otras tortas. La torta completa representa una unidad.



- Arma todos los círculos posibles, empleando pedazos o fracciones iguales de círculos. Describe lo que observas. _____

- Cada pedacito representa una parte o fracción de la unidad. Si se tienen todos los pedazos iguales, ¿qué se puede formar con ellos? _____

- De la siguiente torta:



¿Por qué crees que cada pedazo que conforma la torta está marcado así: $\frac{1}{4}$? _____

¿Qué significa el 1? _____

¿Qué significa el 4? _____

¿Cómo crees que se lee $\frac{1}{4}$? _____

Escribe algunas conclusiones sobre este punto. _____

- Restas: Continúa con las fracciones de círculos para resolver estas situaciones. (Recuerda que debes expresar los resultados de forma numérica)

- Si a un medio le quito un cuarto queda:
- Un medio menos un tercio es igual a:
- Dos tercios menos un medio es igual a:
- Siete doceavos menos 3 doceavos es igual a:

Escribe algunas conclusiones sobre este punto. _____

- Multiplicaciones:

- ¿Cuánto es 2 veces un medio?
- ¿Cuánto es la mitad de un medio?

Escribe algunas conclusiones sobre este punto. _____

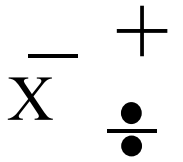
- Divisiones:

- ¿Cuántas veces está un octavo en un medio?
- ¿Cuántas veces está un sexto en un tercio?
- ¿Cuántas veces está un doceavo en un medio?

Escribe algunas conclusiones sobre este punto. _____

Elaborado por Ana Beatriz Acevedo y Carlos Julio Echavarría. Mayo de 2000.

Problemas con fraccionarios



Proyecto	Fortalecimiento de la gestión escolar en las I.E. del Valle de Aburrá
Materiales	Hoja de papel, lápiz y colores

1. ¿Cómo repartes 3 panes entre 5 niños? Grafica y escribe la fracción que le corresponde a cada uno.
2. De 20 cartas enviadas por correo, 4 fueron entregadas con retardo. ¿Qué fracción de las cartas llegó a tiempo y qué parte llegó con retardo? Grafica y expresa la fracción correctamente.
3. Un cazador se encuentra con 2 pastores que le dan de comer. El primer pastor pone 5 panes y el segundo 3. Al despedirse el cazador les entrega 8 monedas. Suponiendo que los 3 comieron partes iguales, ¿cómo deben repartirse los pastores las monedas?
4. Una epidemia destruye los $\frac{3}{5}$ del ganado de una hacienda. Si en ésta había 10 mil cabezas, ¿cuántas sobrevivieron?

5. Llevo recorrido $\frac{7}{15}$ de un camino y aún me quedan 4. 200 metros. ¿Qué longitud tiene el camino?

6. Un padre reparte una finca, dando $\frac{1}{3}$ al primer hijo, $\frac{2}{7}$ al segundo y el resto al tercero. ¿Cuál recibió más y cuál recibió menos?

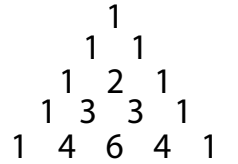
7. Una pelota de goma se suelta desde 90 metros de altura. Después de cada rebote alcanza $\frac{2}{3}$ de su altura. ¿Qué altura alcanzará después del quinto rebote?

8. Un señor promete a su criado 10 monedas y una capa al año. Después de 7 meses lo despide, correspondiéndole 2 monedas y la capa. ¿Cuántas monedas vale ésta?

9. Un hombre ha gastado $\frac{1}{3}$ de su dinero y los $\frac{2}{3}$ del resto. Aún le quedan 1.200 pesos. ¿Cuánto tenía?

Adaptado por Equipo de monitores Aula Taller de Matemáticas Copacabana y Grupo Ábaco, dentro del proyecto Fortalecimiento de la Gestión Escolar en las I.E. del Valle de Aburrá.

El triángulo de Pascal



Proyecto	Fortalecimiento de la Gestión Escolar en las I.E. del Valle de Aburrá
Materiales	Triángulo de Pascal, lápices de colores, lápiz y papel

1. ALGO DE HISTORIA

Blaise Pascal nació en Francia en 1623. Fue un niño prodigio, fascinado por las matemáticas. Cuando tenía 19 años, inventó la primera máquina calculadora que realmente funcionó. Esto era algo que otro matemático llamado Fibonacci había intentado hacer antes, pero no funcionó.

Uno de los temas que le interesaban a Pascal, era la probabilidad de que un evento ocurriera. Su interés fue impulsado por un apostador, el cual le pidió ayuda para adivinar cuáles resultados tenían la mayor probabilidad de ocurrir cuando se lanzaban 2 dados. Al realizar sus investigaciones, Pascal produjo un arreglo triangular de números que ahora lleva su nombre. El arreglo era conocido por los chinos 300 años antes que Pascal, pero fue él quien lo desarrolló completamente.

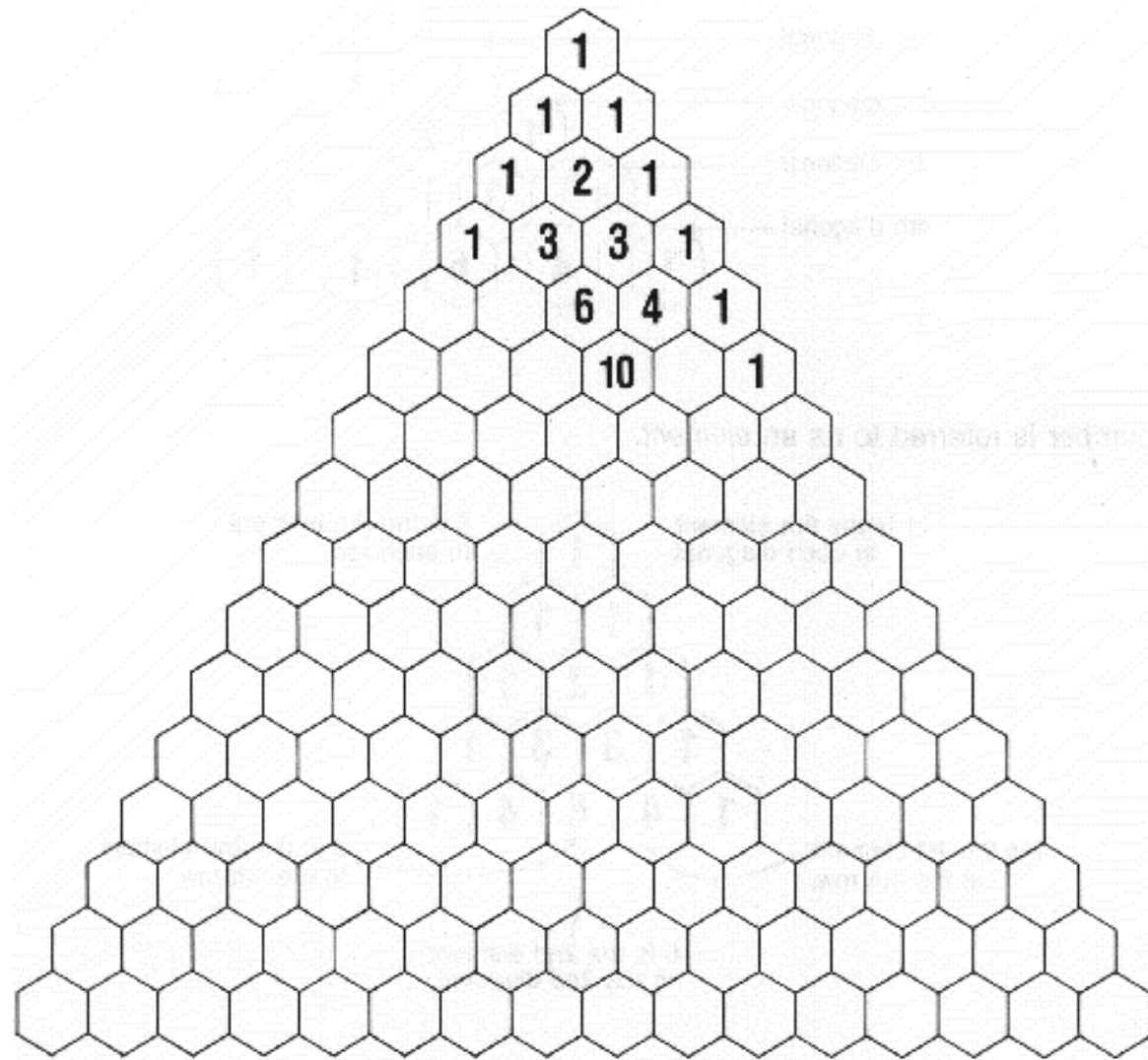
El triángulo de Pascal es un arreglo triangular de filas. Cada una empieza y termina con un número "1". La primera contiene sólo el número 1. En la segunda fila se tienen 2 elementos que, de acuerdo con lo anterior, serán 2 números "1". A partir de la tercera fila cada número, exceptuando sus extremos, es la suma de los números escritos justamente encima de él.

El triángulo de Pascal es usado para mostrar probabilidad y también para hallar combinaciones.

Actividad 1

- En la figura que hay a continuación ¿puedes encontrar una o más relaciones entre los números que están allí colocados? ¿Cuáles? _____

- Con la relación que hallaste, llena los demás hexágonos que se encuentran en la figura que está en la siguiente página.



- Ahora que ya tienes llena la figura, escoge 2 colores y colorea con uno los números impares, y de otro color los números pares. ¿Qué observas? _____

- ¿Qué crees que pasaría si coloreamos de otro color los números múltiplos de 3? _____

- ¿Y los números múltiplos de 5? _____

Actividad 2. La pizza y el triángulo de Pascal

La manera en que pensamos varía de una persona a otra. Es por esto que un problema se puede resolver de distintos modos. Veamos dos formas diferentes de resolver el mismo problema:

- Problema: Un restaurante ofrece pizzas con pepperoni, champiñones, jamón y queso como ingredientes para una pizza regular. ¿Cuántas pizzas diferentes crees que se pueden hacer? _____
 - Si vamos a comer la pizza con todos los ingredientes, ¿Cuántos tipos de pizzas hay? _____
 - Si vamos a comernos la pizza con sólo 3 ingredientes, ¿Cuántas tipos de pizzas hay? _____
 - ¿Y con 2 ingredientes? _____
 - ¿Y con 1 ingrediente? _____
 - ¿Y sin ningún ingrediente? _____
 - ¿Puedes decir cuántas pizzas diferentes pueden hacerse? _____

Lo que acabaste de hacer se llama combinatoria.

- Ahora analicemos el problema de otro modo:
 - En el problema del punto anterior, ¿cuántos ingredientes ofrece el restaurante? _____
 - ¿Es cierto que cada uno de los ingredientes puede estar o no en la pizza? _____. Entonces, ¿cuántas posibilidades tiene cada ingrediente? _____
 - ¿Qué ocurre si multiplicamos las posibilidades de cada uno de los ingredientes? _____

 - ¿Tiene alguna relación el número que acabaste de hallar con el que encontraste en el punto anterior? _____

Lo anterior presenta algunas ideas básicas de probabilidad.

- Las soluciones anteriores tienen algo interesante: las combinaciones que encontraste en el punto 1 son términos de una fila en el triángulo de Pascal. Si las filas se enumeran desde 0, ¿a cual fila corresponden? _____
- La suma de las combinaciones equivale a 24, lo que probamos en el segundo punto de esta actividad. ¿Será que la suma de los números de cada fila en el triángulo de Pascal cumple alguna ley de formación? _____

Para que averigües esto, vuelve al dibujo de la Actividad 1 y suma los números de cada fila.

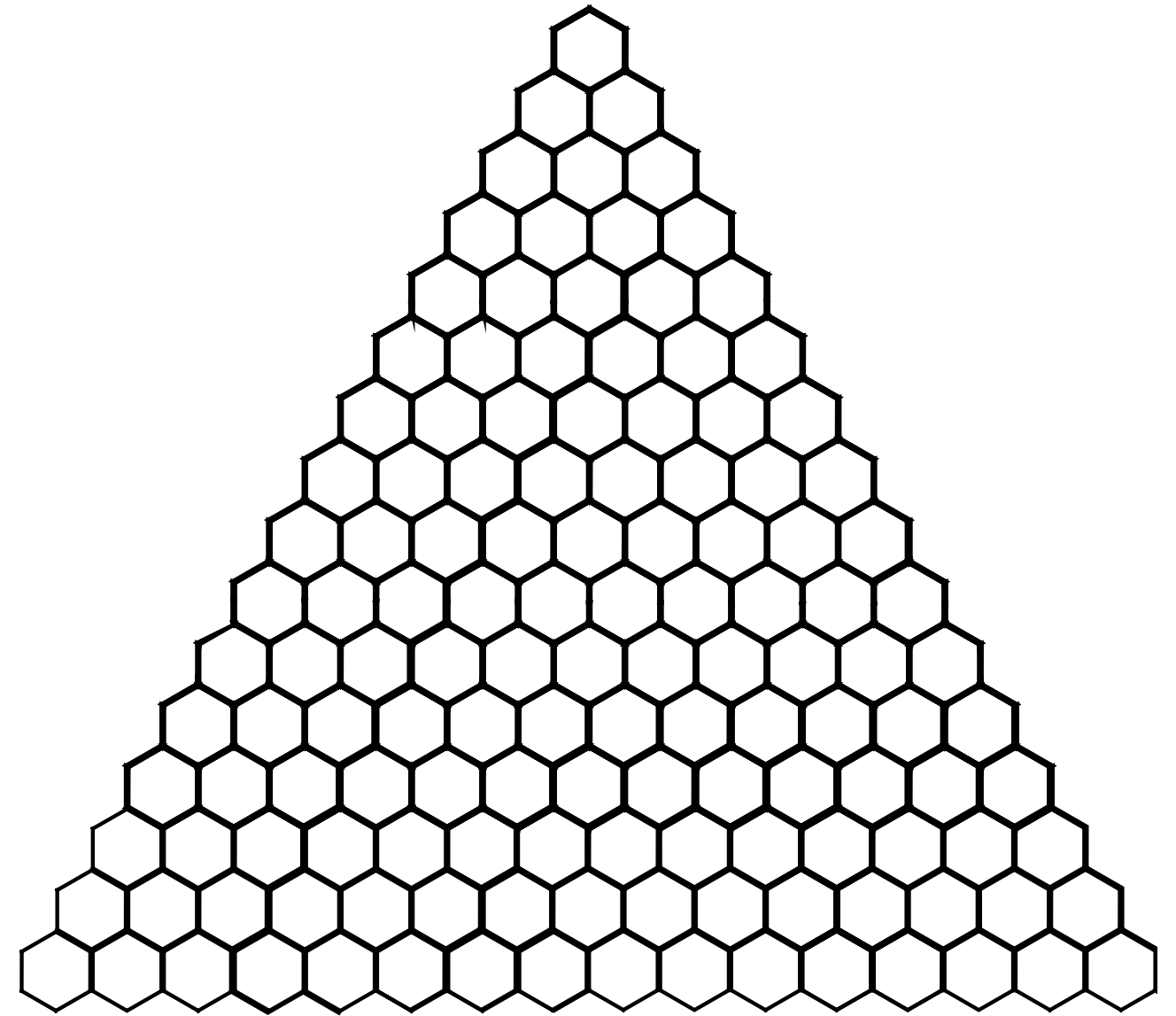
- Con todo lo anterior ¿cuál crees que serían las combinaciones, si en vez de 4 ingredientes utilizan 6? _____

Actividad 3

- Observa la tercera diagonal del triángulo de Pascal. ¿Se te hacen familiares esos números? _____. Halla su ley de formación usando el triángulo de Pascal _____

- ¿Puedes encontrar alguna forma para hallar la suma de los 2 primeros números de esa diagonal, utilizando el triángulo de Pascal? _____. ¿Y los 6 primeros? _____. ¿Y los 10 primeros? _____. Descríbela _____

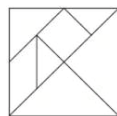
Con lo que has realizado en este taller, has visto algunas de las propiedades del triángulo de Pascal, pero no las únicas. Si te interesa el tema, es mucho lo que puedes aprender de este triángulo, que a simple vista, podríamos creer que no sirve para muchas cosas. Por eso te invitamos a que lo digas explorando, empezando por el que puedes encontrar en la página siguiente.



Triángulo de Pascal

- Elaborado por** Ana Beatriz Acevedo y Carlos Julio Echavarría. Mayo de 2000.
Modificado por Grupo Explora. 2004.
Bibliografía Hans Magnus Enzensberger, El diablo de los números. Siruela, 1997.
 Lancelot Hogben, El universo de los números, Historia y evolución de las matemáticas. Ediciones Destino, Barcelona.
 Más allá de los números. Meditaciones de un matemático. Metatemas 31.

La Tabla de la sabiduría



Proyecto	Fortalecimiento de la Gestión Escolar en las I.E. del Valle de Aburrá
Materiales	Triángulo de Pascal, lápices de colores, lápiz y papel

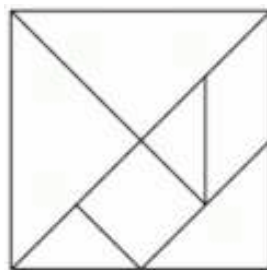
La Tabla de la sabiduría es un antiquísimo juego de gran popularidad en todos los tiempos, culturas y para gente de todas las edades.

El tangram, Tabla de la sabiduría o Tabla de los siete elementos, es originario de China, cuna de una cultura en la que se llega al entendimiento a través de la reflexión y la meditación espiritual.

A partir del año 1818 este ingenioso juego se propagó con suma rapidez por toda Europa y América, apareciendo numerosas publicaciones y estudios dedicados a él. Hoy el tangram es reconocido como una poderosísima herramienta pedagógica en numerosas instituciones de todo el mundo, útil para desarrollar la creatividad y el pensamiento de los estudiantes e incluso, como herramienta de test en la psicología moderna.

Sin más instrumentos que los siete elementos del tangram, se han hecho originales demostraciones de algunos teoremas de dos matemáticos importantes: Euclides y Pitágoras, a la vez que se han planteado nuevos ejercicios matemáticos y geométricos de gran interés para la juventud.

El tangram es un rompecabezas de siete elementos o piezas invariables en su forma, obtenidas a partir de la división de un cuadrado, siguiendo un patrón preestablecido. Puede ser hecho de cartón, lámina de madera, tablex, acrílico, entre otros materiales.



Con el tangram se pueden construir miles de figuras planas, objetos, símbolos y seres animados en diversas posiciones, y aunque los diseños tradicionales han sido planos, hay quienes han pensado que esto es una limitación y han empezado a trabajar figuras tridimensionales con la ayuda de varios juegos armados a manera de castillo de naipes.

Se han descubierto hasta ahora muchas figuras bidimensionales que se pueden componer solamente con el acople de todos los siete elementos de un solo cuadrado. Esta es precisamente la única regla del juego: armar lo que quieras, pero siempre usando todos los elementos. Si te parece muy difícil, piensa en el viejo principio de la sabiduría china d "En la limitación de los recursos se ve al maestro".

1. TRABAJO CON NÚMEROS FRACCIONARIOS

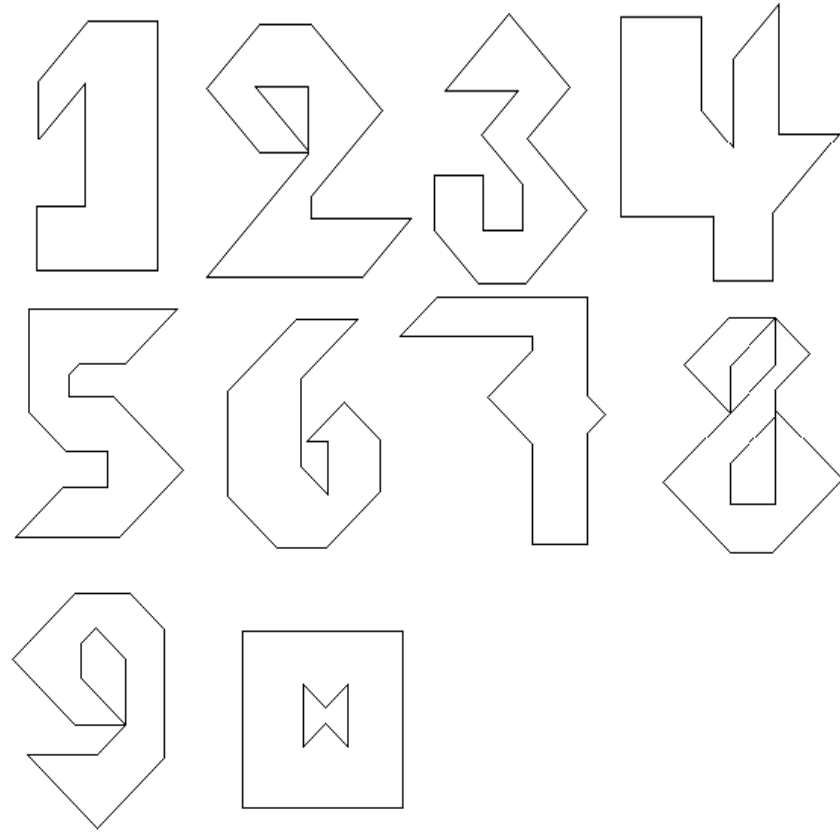
Reconstruye con las siete piezas del tangram, el cuadrado, y asumiendo que su lado será nuestra unidad de longitud y por consiguiente su área nuestra unidad de medida superficial, 1 unidad ², contesta las siguientes preguntas y realiza las actividades que se formulan a continuación.

- Identifica qué fracción del área del cuadrado representa cada una de las piezas que lo constituyen.
- Construye 2 cuadrados cuyas áreas sean la mitad del cuadrado original.
- Moviendo el mínimo número de piezas ve construyendo a partir de la unión de estos 2 cuadrados, y de las ligeras modificaciones que hagas, un rectángulo, un triángulo, un paralelogramo no rectángulo y un trapecio isósceles no rectángulo. Observa en qué difieren estas construcciones de las realizadas antes.
- Ahora, construye de todas las maneras que puedas, un triángulo cuya área equivalga a los $\frac{9}{16}$ de la unidad de área que hemos definido. ¿Cuántas alternativas encontraste? _____
- Arma todos los posibles trapecios rectángulos de área igual a los $\frac{3}{4}$ de la unidad cuadrada. ¿Cuántos pudiste armar? _____
- Construye trapecios semejantes a los anteriores pero de área $\frac{3}{16}$ de la unidad cuadrada. Compáralos con los anteriores y saca tus propias conclusiones. _____

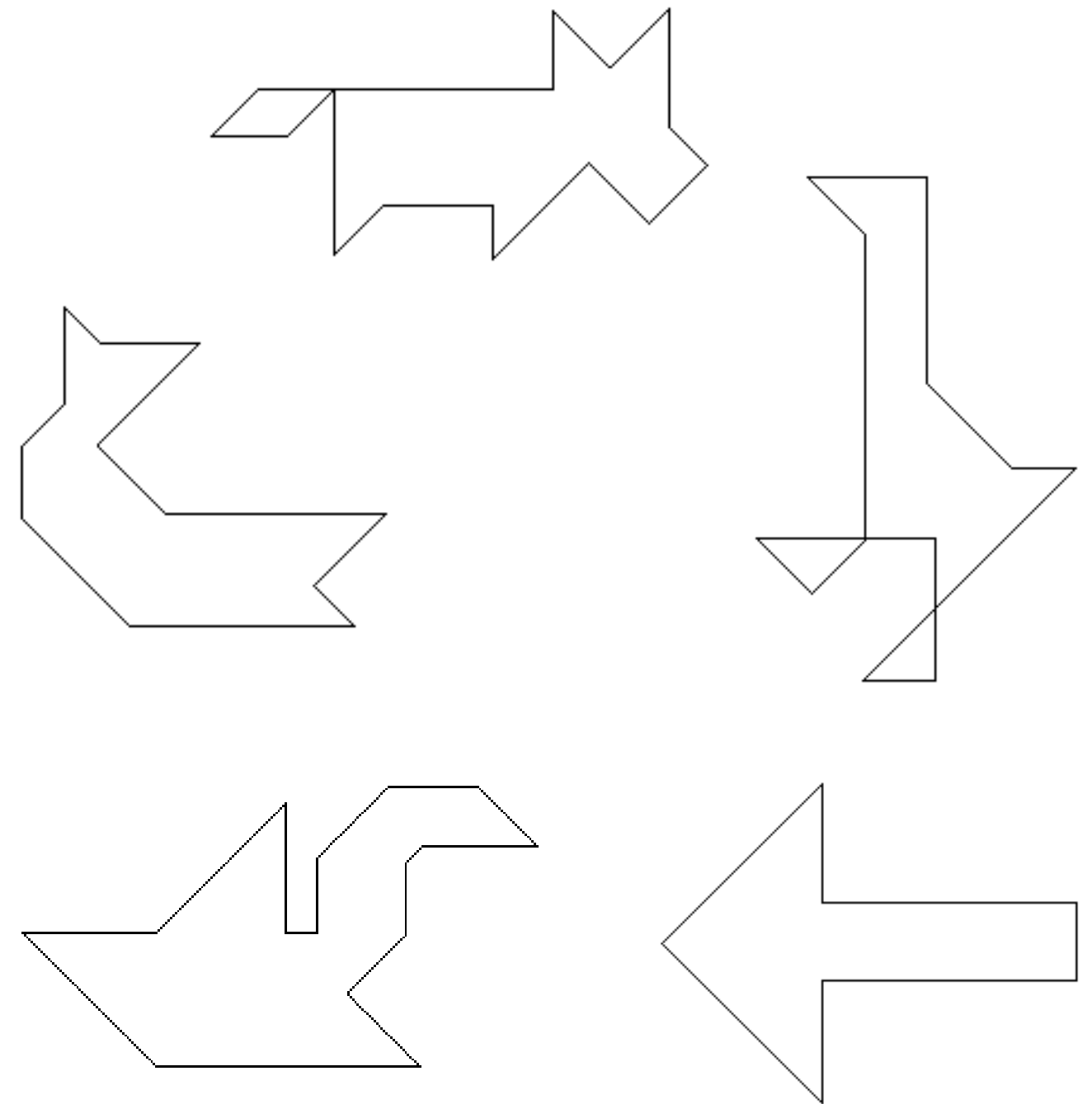
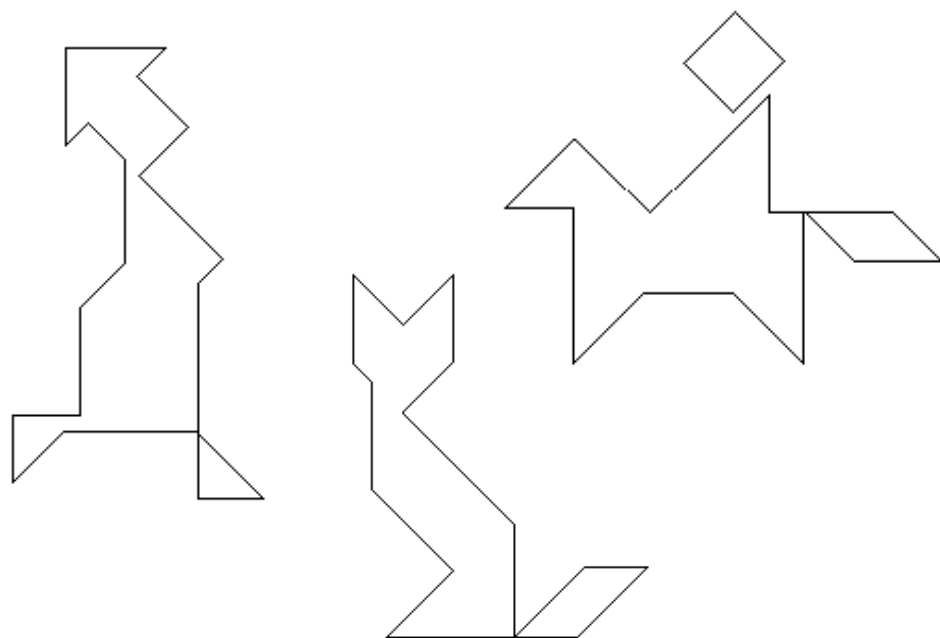
- Arma todos los trapecios isósceles que puedas, cuyas áreas sean $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{16}$ y $\frac{3}{16}$ de la unidad de superficie. ¿Son todos iguales? _____
- ¿Cuál es el trapecio más pequeño que posee el tangram? ¿A qué fracción de la unidad de superficie equivale? _____
- ¿Cuál es el rectángulo más pequeño que posee el tangram? ¿A qué fracción de la unidad de superficie equivale? _____
- ¿Cuál es el rombo más pequeño que posee el tangram? ¿A qué fracción de la unidad de superficie equivale? _____

2. PROBLEMAS PROPUESTOS

- Con las fichas de tangram construye los números del 1 al 10. Los siguientes son unos posibles (no únicos) bosquejos de la solución:

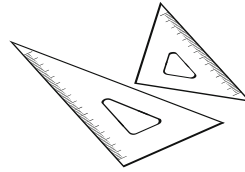


- Intenta construir las siguientes figuras:



Elaborado por Carlos Julio Echavarría y Miguel Monsalve. Julio de 2000.
Bibliografía Linda Dickson, Margaret Brown, Olwen, Gibson. El aprendizaje de las matemáticas. Editorial Labor, 1991.
Susan Johnston. *The Fun with Tangrams Kit*. Dover Publications, Inc., New York, 1977.

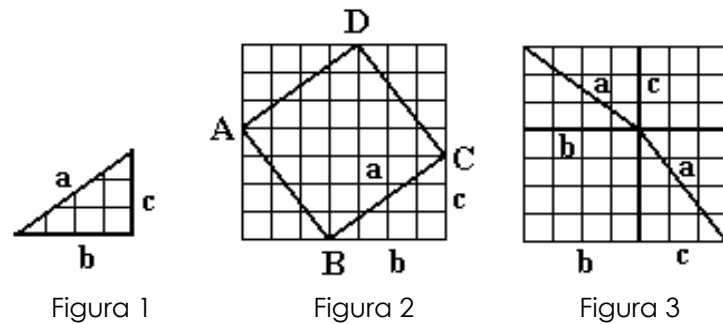
El teorema de Pitágoras



Proyecto	Fortalecimiento de la Gestión Escolar en las I.E. del Valle de Aburrá
Materiales	Papel cuadriculado, regla, tijeras, pegante y colores

1. VERIFICA EL TEOREMA DE PITÁGORAS

- Dibuja en el papel cuadriculado un triángulo rectángulo (cualquiera) y un cuadrado cuyo lado sea la suma de los 2 catetos. A la hipotenusa la llamaremos a , y a los catetos 1 y 2 los llamaremos b y c respectivamente.
- Recorta 8 triángulos rectángulos y 2 cuadrados, iguales a los que dibujaste.
- Pega sobre uno de los cuadrados, 4 de los 8 triángulos rectángulos que recortaste, exactamente en la posición en que se ven en la figura 2.



- El cuadrilátero ABCD que queda en el interior del cuadrado es otro cuadrado, ¿cómo lo justificas? _____
- Colorea el cuadrado ABCD y determina su área: _____
- Pega sobre el otro cuadrado que recortaste, los 4 triángulos rectángulos que te quedan, exactamente en la posición en que se ven en la figura 3.
- Colorea los 2 cuadrados que te quedan después de haber pegado los 4 triángulos. Determina las áreas de éstos y súmalas: _____
- ¿Cómo es la superficie (área) coloreada en la figura 2 comparada con las superficies (áreas) coloreadas en la figura 3?: _____

- ¿Que tiene en común el triángulo de la figura 1 con cada uno de los cuadrados coloreados en las figuras 2 y 3?: _____
- ¿Qué puedes concluir de esta actividad?: _____
- Escribe el área del cuadrado de lado a , en términos de las áreas de los cuadrados de lados b y c : _____

Elaborado por Adaptado por

Carlos Julio Echavarría y Miguel Monsalve. Julio de 2000.
Equipo de monitores Aula Taller de Matemáticas Copacabana y Grupo Ábaco, dentro del proyecto Fortalecimiento de la Gestión Escolar en las I.E. del Valle de Aburrá.

Bibliografía

Brian Bolt, David Hobbs. 101 proyectos matemáticos. Editorial Labor, 1991.



Los **conceptos** que aprendí en esta sesión son:

Los temas que **consultaré** próximamente son:

Tips para estudiar matemáticas

1. ES IMPORTANTE...

- Tener claro cuál es el tema que se debe estudiar.
- Leer muy bien. ¡Ojo! lee muy bien. Ten siempre en cuenta los signos de puntuación y, por favor, haz lo posible por entender lo que lees.
- Tener claros los objetivos que se han de alcanzar, lo que quieres lograr.
- Alimentarse bien, hidratarse, y en lo posible, combinar tu vida diaria con alguna actividad física.
- Estudiar con alegría y entusiasmo, divirtiéndote, siempre que sea posible.
- Compartir tus aprendizajes y recibir las impresiones de los demás. Estudiar en grupo, en algunas ocasiones, puede fortalecerte.
- Sacar conclusiones del proceso y de los resultados del estudio.
- Animarse, felicitarse.
- No evitar el miedo al momento de realizar un ejercicio, tranquilízate y enfréntalo.

2. TEN EN CUENTA SIEMPRE...

- Conseguir todos los implementos que sean necesarios, desde el borrador hasta los colores. Contar con lo necesario desde el principio es clave, pues no tendrás excusas para distraerte.
- Programar y respetar siempre el tiempo de estudio.
- Tener un lugar adecuado y cómodo para estudiar, es decir donde te puedas concentrar.
- Mantener unas notas de clase completas.
- Contar con algún libro de apoyo.
- Realizar un derrotero de lo estudias, mental o escrito.
- Tener a la mano una hoja que sirva como borrador, para realizar cálculos o para escribir detalles que ayuden más adelante. Esto es fundamental si se quiere ser eficiente.
- Empezar por lo sencillo y luego pasar a lo complejo.
- Ser organizado y sistemático con la información requerida en el proceso y con los resultados y conclusiones.
- Realizar todos los ejercicios que ya están resueltos, observando paso a paso cuáles fueron las claves para poder encontrar la solución.
- Tratar de hacer los ejercicios resueltos, pero en esta ocasión sin observar los pasos necesarios para encontrar las solución.

3. NO OLVIDES...

- Preguntar a la(s) persona(s) que domina(n) el tema siempre y a tiempo lo que no entiendas. Recuerda: puedes contar con la familia, los amigos y los profesores.
- Tener todos los materiales necesarios en el lugar de estudio.
- Durante el proceso de estudio, preguntarse el qué, el cómo y el para qué lo haces.
- Revisar siempre los resultados.
- Es útil tener grupos de estudio con los cuales interactuar para preguntar, opinar, discutir, explicar, y en últimas, resolver dudas en grupo.

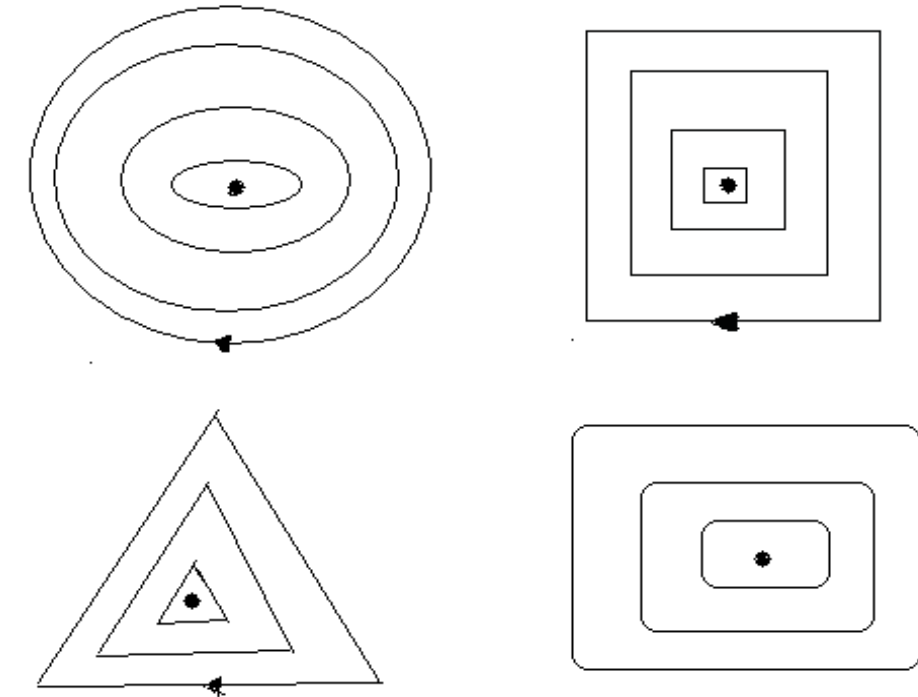
4. NUNCA...

- Estés afanado.
- Pretendas memorizar todo, usa la lógica.
- Te trasnoches estudiando.
- Compitas por estudiar.
- Pienses, en lo posible, en las siguientes actividades que deberás realizar.
- Te recrimines.
- Busques culpables de lo que te sucede al momento de estudiar, si es que algo te sale mal.
- Dejes acumular temas, actividades y/o tareas. Así evitarás tener temas, actividades y/o tareas que te parecerán mas complejas de lo que en realidad son.

5. ¡CONCÉNTRATE!

Para estudiar matemáticas es importante entrar a un nivel mental más profundo que aquel en el cual normalmente actuamos, o sea, un nivel más adecuado para pensar. Las recomendaciones son las siguientes:

- Programa el tiempo que te dedicarás a la sesión de estudio.
- Encuentra un espacio libre de ruidos externos, que te permita concentración fácil en el tema. Si no es posible cierra los ojos, toma una respiración profunda y exhala por 2 veces. Cuenta hasta 3 y abre los ojos para estudiar el tema, convenciéndote a tí mismo que te concentrarás y comprenderás lo que lees.
- Es frecuente encontrar en matemáticas temas con cierta dificultad y la imaginación, que está al servicio de la voluntad, cambia dadas las circunstancias, concluyendo todo en la distracción. Para ello es bueno realizar ejercicios de concentración, como los siguientes, en los cuales se pretende realizar figuras concéntricas, las cuales, una vez terminadas, te permiten regresar al tema.



- Es útil tener grupos de estudio con los cuales interactuar para preguntar, opinar, discutir, explicar, y en últimas resolver dudas en grupo.
- En matemáticas, a diferencia de otras ciencias, se tiene una secuencia de ideas y su respectiva explicación. Cuando se presenten dificultades, lo ideal es partir desde el inicio y verificar exactamente cuál es la parte que no se comprende y pedir ayuda al profesor o a una persona diestra en el tema. En otro caso, aplica la siguiente sugerencia.
- Aplica una frase muy famosa del emperador Julio César: "Divide y vencerás". Éste atacaba a las tropas enemigas por partes y finalmente terminaba derrotándolas por completo. Cuando se tenga una situación-problema, es conveniente dividirla en subproblemas fáciles de resolver. Por último, una vez obtenidas estas pequeñas soluciones para que obtengas como resultado la solución general del problema.
- Suele pasar que después de un buen rato, se ha logrado un cúmulo de conocimientos y sobreviene la fatiga. Cuando aparece esto se inicia el período de saturación. En este instante no conviene insistir en lograr nuevos aprendizajes. Lo mejor es dedicar los minutos restantes del tiempo programado a un repaso de lo aprendido.

Para los profes

Para que tus estudiantes no dejen el estudio de las matemáticas de último y en el caso más terrible no le huyan.

1. SIEMPRE DEBES:

- Dejarles claro que las matemáticas son el fundamento de lo que sucede en la naturaleza.
- Partir de sus intereses y necesidades. Si esto se logra, se permitirá un hilo conductor que posibilitará la relación de los diferentes pensamientos y, lo más importante, favorecer significativamente la interdisciplinariedad. Una buena estrategia es el trabajo por proyecto de aula.
- Plantear un tema de interés para trabajar, de buen dominio por, al menos, uno de los integrantes. Hacer lo mismo hasta que cada uno de los integrantes halla sido monitor de un tema.
- Ayudarles a organizar su tiempo, hacerles sugerencias para ello.
- Variar las metodologías.
- Hacer pausas activas.
- Estar dispuesto a orientarlos en el tema de estudio, acerca de las personas y lugares a las que pueden acudir.

2. CONSIGUE LOS MATERIALES:

Para el desarrollo de las actividades propuestas es necesario contar con:

- Lápiz
- Lápices de colores
- Papel cuadriculado
- Cartulina
- Regla
- Escuadra
- Transportador
- Compás de precisión
- Pegante
- Tijeras

Debes adquirir:

- Palillos
- Cubos de igual tamaño (pueden ser de 3 cm x 3 cm x 3 cm)
- Bloques lógicos

Y construirás con ayuda de las guías de trabajo:

- Pentominós
- Cubos de Soma
- Dominó
- Bloques lógicos
- Colección de prismas
- Colección de pirámides
- Juego de tortas fraccionarias
- Tangram chino o Tabla de la Sabiduría

Elaborado por

Equipo de monitores Aula taller de Matemáticas de Copacabana,
Grupo Ábaco, dentro del proyecto Fortalecimiento de la gestión escolar en
las I.E. del Valle de Aburrá

Bibliografía

Bolt, Brian y Hobbs, David. 101 proyectos matemáticos. Editorial Labor, 1991.

Casas Alfonso, Esperanza. Divertidas matemáticas. Cooperativa Editorial Magisterio, Colombia, 1991.

Dienes, Z. P. y Holding, E. W. Lógica y Juegos Lógicos. Editorial Teide, 1970.

Dickson, Linda, Brown, Margaret y Gibson, Olwen. El aprendizaje de las matemáticas. Editorial Labor, 1991

Enzensberger, Hans Magnus. El diablo de los números, Siruela, 1997.

Gardner, Martín. Ajá. Editorial Labor S.A., 1984.

Gyles, Brandereth. Los Grandes Acertijos Clásicos, Compañía General de Ediciones, S.A, México, 1987.

Hogben, Lancelot. El universo de los números, Historia y evolución de las matemáticas, Ediciones Destino, Barcelona.

Jaramillo, A., Mejía, C. y Mesa O. Modelos matemáticos implementados en situaciones problema. Universidad de Antioquia, 2000.

Johnston, Susan. *The Fun with Tangrams Kit*. Dover Publications, Inc New York, 1977

Paulos, John Allen. Más allá de los números. Meditaciones de un matemático. Metatemas 31. Libros para pensar la ciencia. Barcelona, 1993.

Perelmann, Y. El divertido juego de las matemáticas, Círculo de lectores, 1968.

<http://home8.inet.tele.dk/bundgard/SOMA/HISTORY.HTM>

<http://www.cableone.net./bbartels/soma/somaIntro.htm>

El Área Metropolitana del Valle de Aburrá y el Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia - CTA, agradecen y reconocen la orientación académica que el Grupo Ábaco de la Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín presta al Aula Taller de Matemáticas y para la elaboración y uso de este Cuadernillo de campo.



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA
SEDE MEDELLÍN

